FINANZWISSENSCHAFTLICHE SCHRIFTEN

Wolfgang Wiegard

Optimale Schattenpreise und Produktionsprogramme für öffentliche Unternehmen

Second-Best-Modelle im finanzwirtschaftlichen Staatsbereich



FINANZWISSENSCHAFTLICHE SCHRIFTEN

Wolfgang Wiegard

Optimale Schattenpreise und Produktionsprogramme für öffentliche Unternehmen

Gegenstand der Arbeit ist die Bestimmung von optimalen Produktionsprogrammen öffentlicher Unternehmen mit Hilfe von Schattenpreisen und geeigneten Verhaltensvorschriften für die Manager dieser Unternehmen. Zur Ableitung finanzpolitisch relevanter Ergebnisse wird der Tatsache Rechnung getragen, daß der Handlungsbereich des Finanz- oder Wirtschaftspolitikers bestimmten institutionell und/oder politisch begründeten Beschränkungen unterworfen ist, die im allgemeinen verhindern, daß die Allokation der Ressourcen Pareto-optimal gestaltet werden kann. Die in dieser Arbeit präsentierten Modelle sind damit der Ökonomie des Zweitbesten oder Second-Best zuzurechnen.

Unter Zugrundelegung eines allgemeinen Second-Best-Modells werden die optimalen Schattenpreise für öffentliche Unternehmen u.a. unter den folgenden Annahmen abgeleitet und interpretiert: die Verluste der öffentlichen Unternehmen dürfen eine bestimmte Höhe nicht überschreiten; die Produktion der öffentlichen Güter ist durch indirekte Steuern auf die Konsumgüter zu finanzieren; Preisdifferenzierung und Zwei-Stufen-Tarife stehen als preispolitische Instrumente zur Verfügung.

Die Bedeutung der abgeleiteten Theoreme besteht u.a. darin, daß sie eine nähere Charakterisierung der optimalen Preis-Mengen-Politik öffentlicher Unternehmen erlauben, ohne daß die genauen Gleichgewichtswerte der Variablen bekannt sein müssen.

Der Autor ist Wissenschaftlicher Angestellter am Alfred-Weber-Institut der Universität Heidelberg, Lehrstuhl für Finanzwissenschaft.

Retrodigitization in 2018

Optimale Schattenpreise und Produktionsprogramme für öffentliche Unternehmen

Finanzwissenschaftliche Schriften

Herausgegeben
von den Professoren
Albers, Krause-Junk, Littmann, Oberhauser, Pohmer, Schmidt

Band 8



PETER LANG
Frankfurt am Main · Bern · Las Vegas

Wolfgang Wiegard

Optimale Schattenpreise und Produktionsprogramme für öffentliche Unternehmen

Second-Best-Modelle im finanzwirtschaftlichen Staatsbereich



PETER LANG
Frankfurt am Main · Bern · Las Vegas

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Wiegard, Wolfgang

Optimale Schattenpreise und Produktionsprogramme für öffentliche Unternehmen: Second-Best-Modelle im finanzwirtschaftl. Staatsbereich. – Frankfurt am Main, Bern, Las Vegas: Lang, 1978.
(Finanzwissenschaftliche Schriften; Bd. 8)
ISBN 3-261-02632-4



This book is available Open Access thanks to the kind support of ZBW – Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft.

D 16

ISBN 3-261-02632-4
ISBN 978-3-631-75174-9 (eBook)

Auflage 200 Ex.

Druck: Fotokop Wilhelm Weihert KG, Darmstadt
Titelsatz: Fotosatz Aragall, Wolfsgangstraße 92, Frankfurt am Main.

INHALTSVERZEICHNIS[1]

[1] Die Arbeit wurde im Januar 1977 abgeschlossen. Später erschienene Literatur konnte nicht mehr berücksichtigt werden, insbesondere nicht die Ausführungen von D. Bös zum Stichwort "Öffentliche Unternehmen" in der 3. Auflage des Handbuches der Finanzwissenschaft.

Seite

TEIL I: Vorbemerkungen und Modellaufbau

Kapitel 1: Problemstellung und Überblick

In entwickelten kapitalistischen Volkswirtschaften wird ein beträchtlicher Teil aller Güter und Dienstleistungen in öffentlichen Unternehmen[1] hergestellt. Da mit öffentlichen Unternehmen in der Regel andere Ziele verfolgt werden als in Unternehmen, deren Produktionsmittel im Besitz privater Haushalte sind -als Verhaltenshypothese wird hier gewöhnlich Gewinnmaximierung unterstellt-, können die in der herkömmlichen Theorie der Unternehmung abgeleiteten Vorschriften oder Regeln bezüglich der Bestimmung eines optimalen Produktionsprogramms nicht ohne weiteres auf den öffentlichen Produktionssektor übertragen werden.

Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist einerseits die Herausarbeitung eines Verfahrens zur Ermittlung von Produktionsprogrammen öffentlicher Unternehmen unter der Zielsetzung, daß die Allokation der Ressourcen in der betrachteten Volkswirtschaft optimal im Sinne des Pareto-Kriteriums ist, andererseits die Beschreibung und Interpretation der unter verschiedenen Annahmen und Bedingungen abgeleiteten Gleichgewichtszustände und der zu ihrer Realisierung notwendigen finanzwissenschaftlichen Maßnahmen.

Die öffentlichen Unternehmen produzieren -ebenso wie die privaten Unternehmen- Konsumgüter und Produktionsgüter. Erstere

---

[1] Ohne näher auf unternehmensmorphologische Fragen einzugehen, werden als öffentliche Unternehmen hier einfach die Unternehmen bezeichnet, deren Produktionsmittel im Besitz der öffentlichen Hand sind.

Zitiert wird in dieser Arbeit durch Angabe des Autors und Anfügung einer (eckigen) Klammer. Darin weisen die ersten Ziffern auf die entsprechende Stelle im (lexikographisch geordneten) Literaturverzeichnis hin, an der sich eine ausführliche Quellenangabe findet; ggf. wird, durch Semikolon getrennt, die genaue Seitenzahl angegeben.

dienen unmittelbar der Befriedigung menschlicher Bedürfnisse, werden also von den privaten Haushalten konsumiert; letztere werden an andere Unternehmen geliefert und dort zur Produktion von Konsum- und/oder Produktionsgütern eingesetzt. Zu den in öffentlichen und privaten Unternehmen eingesetzten Produktionsfaktoren gehören neben den von den privaten Haushalten angebotenen Leistungen also auch die Produktionsgüter, wenn sie von der Verwendungsseite her betrachtet werden.
Von den möglichen (Guts-)Eigenschaften der Konsum- und Produktionsgüter werden hier nur die beiden Extremfälle untersucht. Überwiegend wird angenommen, daß bei den in öffentlichen Unternehmen hergestellten Konsum- und Produktionsgütern Rivalitätsbeziehungen im Konsum und in der Produktion bestehen. Lediglich in einem Kapitel der Arbeit wird die Produktion von Gütern mit Kollektivkonsumeigenschaft[1] untersucht, von Gütern also, die zur gleichen Zeit unbeschränkt vielen Individuen zur Verfügung stehen. Diese Güter werden im folgenden einfach als Kollektivgüter bezeichnet, Güter, die durch Rivalitätsbeziehungen im Konsum (und/oder in der Produktion) charakterisiert sind,als rivale Güter. Diese Güter sind aber auch dann gemeint, wenn einfach von Gütern gesprochen wird.
Von diesen ('technisch' bestimmten) Gutseigenschaften streng zu unterscheiden sind die institutionellen Aspekte des Güterangebots. In Anlehnung an den schon bisher verwendeten Sprachgebrauch der Begriffe "privat" und "öffentlich" werden als öffentliche (rivale oder Kollektiv-) Güter hier solche bezeichnet, die von staatlicher Seite angeboten, bzw. in dieser Arbeit damit äquivalent: in den öffentlichen Unternehmen produziert werden. Private (rivale oder Kollektiv-) Güter sind dann diejenigen, die von privater Seite, also entweder den privaten Haushalten oder den privaten Unternehmen angeboten werden.[2]

---

[1] Vgl. BOEDECKER [8, 4].

[2] Von diesen Definitionen zu unterscheiden ist das normative Problem der Bestimmung der Güter, die der Staat, bzw. die Privaten aufgrund bestimmter Wertsysteme produzieren sollten. Darauf wird unten noch kurz eingegangen.

Da in dieser Arbeit Kollektivgüter ausschließlich von öffentlichen Unternehmen produziert und angeboten werden, kann das Adjektiv "öffentlich" bei der Verwendung des Begriffs "Kollektivgüter" wegbleiben, ohne daß Mißverständnisse möglich sind. Andererseits sind dann mit "öffentlichen Gütern" oder "privaten Gütern" stets rivale Güter gemeint.
Diese Definitionen sind zu beachten, da in vielen Literaturbeiträgen die Begriffe Kollektivgut und öffentliches Gut synonym verwendet werden, oft verbunden mit der Vermengung von Gutseigenschaften und institutionellen Regelungen des Güterangebots. Insbesondere wird häufig eine öffentliche Regelung des Angebots als konstitutives Merkmal von Kollektivgütern bezeichnet.[1]

Neben der Unternehmenszielsetzung unterscheiden sich öffentliche Unternehmen in dieser Arbeit vor allem durch den Verlauf der Kosten- (bzw. Produktions-) Funktionen von den privaten Unternehmen. Während im privaten Produktionssektor zunehmende oder konstante Durchschnittskosten vorausgesetzt werden, sollen die durchschnittlichen Kosten in öffentlichen Unternehmen abnehmen[2] (in einer Umgebung des jeweiligen Gleichgewichts). Diese Annahme resultiert aus einigen Überlegungen zu der Frage, warum einzelne (rivale oder Kollektiv-) Güter überhaupt in öffentlichen Unternehmen produziert werden sollten. (Grundsätzlich davon zu trennen ist ja noch die Frage, welche Güter der Staat bereitstellen sollte.) Die hier als Bezugsrahmen dienende Allokationstheorie kann allerdings im allgemeinen Fall nichts zur Beantwortung dieses Problemkreises beitragen. Bekannt ist lediglich, daß, wenn alle Güter in öffentlichen Unternehmen produziert werden (die Produktionsmittel also verstaatlicht sind), ein Pareto-Optimum bei Beachtung bestimmter Rahmenbedingungen und Vorschriften zumindest ebenso gut (oder schlecht) realisiert

---

[1] Vgl. dazu SAMUELSONs [92] Antwort auf den diesbezüglichen Vorwurf von FORTE [33] oder BOEDECKER [8, 140 ff].

[2] Eine Ausnahme wird lediglich in Kapitel 9 gemacht, zu dieser Annahme vgl. auch Kapitel 2.

werden kann wie in einem auf Privateigentum an den Produktionsmitteln beruhenden Konkurrenzsystem. Dies war Ergebnis der in den 30er Jahren - und seitdem immer wieder sporadisch - geführten 'Sozialismus-Debatte'[1].
In einem gemischt-kapitalistischen Wirtschaftssystem sind ähnlich eindeutige, allokationstheoretisch begründete Aussagen nicht möglich. Das zeigt schon ein kurzer Blick auf die in der Literatur am häufigsten genannten Gründe für eine Güterproduktion durch öffentliche Unternehmen, nämlich

- die Existenz von Kollektivgütern. So schrieb z.B. HERBER[2]: "...when a good contains a significant public good characteristic ... its production by the public sector ... is economically rational". Offensichtlich wird hier nicht einmal analytisch zwischen dem öffentlichen Angebot und der öffentlichen Produktion von Kollektivgütern unterschieden.[3] Kollektivgüter können durchaus nicht nur in privaten Unternehmen produziert[4], sondern auch von nichtstaatlichen Organisationen angeboten werden[5],

- die Existenz sogenannter 'natürlicher Monopole', die durch sinkende Durchschnittskosten im relevanten Outputbereich gekennzeichnet sind. Auch diese weitgehend akzeptierte Begründungskategorie[6] ist keines-

[1] Vgl. LANGE [56] , FEIWEL [29].

[2] Vgl. HERBER [44, 25] .

[3] Ebenso undifferenziert und wenig einsichtig ist im übrigen der Zusammenhang, den NATH [73, 164] zwischen meritorischen Gütern und ihrer Produktion in öffentlichen Unternehmen herstellt.

[4] SAMUELSON schreibt selbst [92, 47] : "The pure theory of public expenditure that I presented in the 1950's ... often uses the therm 'public good' but cannot properly be interpreted to imply that private goods should be produced by private enterprise and public goods should be produced by government directly." (Hervorhebungen hinzugefügt).

[5] Vgl. dazu IRELAND/JOHNSON [47].

[6] Vgl. z.B. MEADE [68,313], NATH [73,163], HERBER [44].

wegs zwingend, da der Staat durch geeigneten Einsatz des Subventionsmechanismus auch ohne Verstaatlichung dieser Industriezweige eine effiziente Allokation erreichen kann. Gegen eine Verstaatlichung sprechen auch die von PEACOCK/ROWLEY[1] angeführten Gründe, auf die hier nicht näher eingegangen werden soll.[2]

Abschließend sei noch auf die Arbeit von FORTE[3] hingewiesen (aber nicht näher eingegangen), der folgende Argumente für eine staatliche Güterproduktion nennt:

- nur der Staat kann bestimmte Güter in der gewünschten Qualität herstellen (z.B. Ausbildungs- und Erziehungswesen; Polizei);
- diese Produktion bestimmter Güter durch private Unternehmen könnte zu einer unerwünschten politischen Macht dieser Unternehmen führen;
- nur staatliche Unternehmen können groß genug sein, um bestimmte Güter effizient zu produzieren;
- selbst wenn diese Güter von privaten Unternehmen produziert werden könnten, kann ihre ökonomische Macht so groß werden "as to threaten the freedom of others".

Diese mehr sozio-ökonomisch orientierte, aber deswegen nicht unplausible Begründung ist sicherlich modellexogen, kann also vom Standpunkt der Allokationstheorie aus die Produktion von Gütern in öffentlichen Unternehmen nicht begründen.[4]

---

[1] Vgl. PEACOCK/ROWLEY [79].

[2] Allerdings ist ihr Ansatz etwas unbefriedigend und müßte selbst einer eingehenden Kritik unterzogen werden; vgl. z.B. CULYER [16].

[3] Vgl. FORTE [33].

[4] Erwähnt seien ebenfalls die Ausführungen bei KOLM [52, 137-140], der unter der Überschrift "Optimation Institutionelle" gerade die Frage zu beantworten versucht, wann ein Gut von privater oder staatlicher Seite produziert werden soll - nach KOLM sogar "une des plus importantes questions de l'Economie Publique." Sein Lösungsansatz ist allerdings ebenso wenig überzeugend, wie seine Ergebnisse - gemessen an seinem Anspruch - unbefriedigend sind.

Zusammenfassend ist jedenfalls festzuhalten - auch wenn das hier nur skizzenhaft belegt wurde -, daß eine auch nur einigermaßen befriedigende (pareto-) normative Theorie der staatlichen Güterproduktion nicht existiert. Am sinnvollsten erscheint es deshalb, die Existenz öffentlicher Unternehmen vorauszusetzen[1], ihnen aber die Eigenschaften bzw. Merkmale zuzuschreiben, die in der Literatur häufig als normative Begründungskategorien angegeben werden (und in der Realität wohl auch zu beobachten sind): eben abnehmende Durchschnittskosten und/oder Produktion von Kollektivgütern. Auch wenn diese Aspekte realiter gemeinsam auftreten können, werden sie aus Gründen der Übersichtlichkeit hier getrennt behandelt. Die abnehmenden Durchschnittskosten legen im übrigen die weitere Annahme nahe, daß die öffentlichen Unternehmen Monopole im klassischen Sinne sind und die Nachfrage nach den von einem öffentlichen Unternehmen produzierten Gütern mit der gesamten Marktnachfrage übereinstimmt.

Die zu Beginn genannte (Teil-) Problemstellung: die Ableitung eines Verfahrens zur Ermittlung optimaler Produktionsprogramme öffentlicher Unternehmen erscheint sinnvoller als die in vielen Beiträgen ähnlicher Thematik formulierte Fragestellung nach dem "optimalen Konsumentenpreis" für öffentliche Güter o.ä.[2].
Vom allokationstheoretischen Standpunkt interessieren ja zuerst einmal die optimalen Mengenkombinationen der Güter und Faktoren. Preise sind lediglich Teil einer denkbaren institutionellen Regelung, die - bestimmte Rahmenbedingungen und Verhaltensweisen der Individuen vorausgesetzt - genau die als optimal ermittelte Allokation der Ressourcen gewährleisten

---

[1]Dieses Vorgehen ist durchaus üblich. TURVEY z.B. schreibt in seinem Buch [104, 14]: "... I omit any discussion of why public enterprises do or should exist. Nor shall I try to define what I mean by public enterprise."

[2]Vgl. etwa die Themenstellung bei KOLM [53] , ROLLE [86] oder TURVEY [104].

kann. Dieser Lenkungsfunktion können die Markt- oder Konsumentenpreise aber nur unter ganz bestimmten, noch zu konkretisierenden Bedingungen genügen. Ansonsten treten Schattenpreise an ihre Stelle, die gerade so bestimmt sind, daß sie (bei Beachtung bestimmter Bedingungen und Vorschriften) die gewünschte Allokation der Ressourcen sichern.
Mit Hilfe solcher Schattenpreise und geeigneter Verhaltensvorschriften für die Manager der öffentlichen Unternehmen werden in dieser Arbeit im übrigen auch die optimalen Produktionsprogramme der öffentlichen Unternehmen bestimmt. Der ökonomische Hintergrund dieses Vorgehens und das Verfahren selbst werden im nächsten Kapitel ausführlich erläutert. Ist die Allokationsentscheidung auf diese Weise getroffen,d.h. sind die Produktionsprogramme der öffentlichen Unternehmen festgelegt, können über die Marktnachfragekurven auch die zugehörigen optimalen Konsumentenpreise ermittelt werden. Die Frage nach dem optimalen Konsumentenpreis für ein öffentliches Gut kann also in allgemeinen Gleichgewichtsmodellen nicht nur nicht unabhängig von der Lösung des Allokationsproblems betrachtet werden, sondern setzt diese Lösung im (zeitlichen) Entscheidungsablauf sogar voraus. Da in einem großen Teil der zum Thema gehörenden Literatur partialökonomisch argumentiert wird, können diese Zusammenhänge dort nicht berücksichtigt werden. Es erscheint allerdings sinnvoll, eine kritische Auseinandersetzung mit der Literatur erst im Schlußkapitel zu versuchen, da dann das in dieser Arbeit eingeschlagene Vorgehen bekannt ist.

Wie sich zeigen wird, sind die Ermittlung optimaler öffentlicher Produktionsprogramme und die Bestimmung und Interpretation der zu ihrer Realisierung notwendigen fiskalischen Maßnahmen dann unproblematisch, wenn jedes etwaige Defizit (bzw. jeder Überschuß) durch die Erhebung von Pauschalsteuern (lumpsum Steuern) bzw. durch Verwendung als Pauschaltransfers ausgeglichen werden kann und die durch das Marktgeschehen vermittelten Interaktionen von nutzenmaximierenden Konsumenten

und profitmaximierenden Unternehmen zu einem Pareto-Optimum führen würden. Tatsächlich gibt es schon im privaten Sektor eine Reihe von Gründen, die einer effizienten Allokation der Ressourcen durch die "Marktkräfte" allein im Wege stehen. Das Vorliegen externer Effekte im Konsum- oder Produktionsbereich bzw. die Existenz von Kollektivgütern kann als Beispiel ebenso angeführt werden wie die Existenz von privaten profitmaximierenden Monopolen.
Aus der wohlfahrtstheoretischen Literatur ist aber auch bekannt[1], daß die staatlichen Entscheidungsträger durch den Einsatz geeigneter finanz- und/oder wirtschaftspolitischer Instrumente dann durchaus eine Pareto-optimale Allokation sichern können, wenn der Handlungsbereich des Finanz- oder Wirtschaftspolitikers (bezüglich der Verfügbarkeit dieses Instrumentariums) keinerlei Beschränkungen unterworfen ist. Tatsächlich kann davon natürlich nicht ausgegangen werden, und der an finanzpolitischen Problemen interessierte Ökonom muß diese oft institutionell und/oder politisch begründeten Einschränkungen in seine Problemanalyse einbeziehen. Die Berücksichtigung dieser über die Knappheit der Ressourcen und den jeweiligen Stand des technischen Wissens hinausgehenden zusätzlichen Nebenbedingungen führt in den Bereich der Nationalökonomie, der gewöhnlich als Theorie des 'Zweitbesten' (Second-Best) oder des 'Bestmöglichen' bezeichnet wird. Konstitutiv für ein Second-Best-Problem ist also, daß die Menge der tatsächlich einsetzbaren finanz- (oder wirtschafts-) politischen Maßnahmen eine echte Teilmenge der Menge aller verfügbaren Instrumente ist[2], daß z.B. aus bestimmten Gründen nur indirekte Steuern, nicht aber die grundsätzlich ebenfalls verfügbaren Pauschalsteuern zur Zurückdrängung der privaten Nachfrage eingesetzt werden können. Ein Second-Best-Problem ist damit erst dann hinreichend charakterisiert, wenn angegeben wird, welches finanzpolitische

---

[1]Vgl. z.B. BOHM [9].

[2]Ähnlich SCHLIEPER [96; 67].

Instrumentarium den staatlichen Entscheidungsträgern im konkreten Fall zur Verfügung steht. Zielsetzung eines so gekennzeichneten Second-Best-Problems ist es dann gerade, den zur Erreichung einer bestmöglichen Allokation der Ressourcen notwendigen Einsatz des verfügbaren finanzpolitischen Instrumentariums anzugeben. So wird in einem der folgenden Kapitel die Problemstellung behandelt, daß die öffentlichen Unternehmen aufgrund zunehmender Skalenerträge Defizite realisieren, diese aber z.B. aus wahltaktischen (oder anderen) Überlegungen eine bestimmte Höhe nicht überschreiten dürfen. Das sich einstellende Gleichgewicht und damit das optimale Produktionsprogramm hängt natürlich wesentlich davon ab, ob das gegebene Defizit durch Pauschalsteuern gedeckt werden kann oder ob andere, nichtallokationsneutrale Steuern erhoben werden müssen.
Das so in aller Kürze beschriebene Grundproblem aller Second-Best-Modelle ist allgemeiner und im Ergebnis fruchtbarer als die auf LIPSEY/LANCASTER[1] mit ihrer "General Theory of Second Best" zurückgehenden Beiträge zur Theorie des Zweitbesten.[2]
Es erscheint allerdings auch hier sinnvoll, eine genauere Abgrenzung zu diesem Ansatz ebenso erst am Schluß der Arbeit zu versuchen wie eine kritische Auseinandersetzung mit den grundlegenden Inhalten und Problemen der Theorie des Zweitbesten allgemein.

Offensichtlich dürfte jedenfalls sein, daß die Theorie des Zweitbesten in der obigen Interpretation integraler Bestandteil einer problemorientierten Finanzwissenschaft ist.

Die in dieser Arbeit behandelten Problemkreise werden jetzt kurz skizziert. Die allgemeine Problemstellung besteht, wie schon erwähnt, in der Ermittlung und Interpretation optimaler Produktionsprogramme öffentlicher Unternehmen und der zu

---

[1] Vgl. LIPSEY/LANCASTER [58].

[2] Vgl. dazu etwa SCHLIEPER [96] , FISCHER [32], DUSANSKY/ WALSH [27] und die dort angegebene Literatur.

ihrer Realisierung notwendigen fiskalischen Maßnahmen. Das genaue Verfahren zur Ermittlung dieser Produktionsprogramme wird im zweiten Kapitel näher ausgeführt, in dem die Verhaltensannahmen und Ausgangsbedingungen in den einzelnen Sektoren der Volkswirtschaft diskutiert werden. Aufgrund der obigen Ausführungen ist zur Ableitung finanzpolitisch relevanter Ergebnisse der Tatsache Rechnung zu tragen, daß der Handlungsraum des Finanz- oder Wirtschaftspolitikers bestimmten, noch zu konkretisierenden Beschränkungen unterworfen ist, die im allgemeinen verhindern, daß die Allokation der Ressourcen Pareto-optimal gestaltet werden kann. Die im Hauptteil präsentierten Modelle sind damit der Ökonomie des Zweitbesten zuzurechnen. Aus naheliegenden Gründen können hier natürlich nur einige der praktisch relevanten Beschränkungen näher analysiert werden, die - aus welchen Gründen auch immer - als vermeintlich unveränderbar gelten.
Es erscheint deswegen sinnvoll, ein allgemeines Second-Best-Modell zu entwickeln, das wesentliche Vorarbeiten leistet für alle möglichen durch die jeweilige(n) Nebenbedingung(en) charakterisierten Modelle (Kapitel 3). Das erspart einerseits unnötige Wiederholungen bei den in dieser Arbeit untersuchten Fragestellungen und ermöglicht andererseits eine Erweiterung auf andere, hier nicht behandelte Problemkreise aus der Theorie des Zweitbesten. Der Hauptteil der Arbeit enthält verschiedene Konkretisierungen des allgemeinen Second-Best-Ansatzes. Überwiegend werden dabei Effizienzaspekte der öffentlichen Güterproduktion betrachtet.
In Kapitel 4 wird angenommen, daß die Verluste der öffentlichen Unternehmen eine bestimmte Höhe nicht überschreiten dürfen, die Defizite aber durch Erhebung von Pauschalsteuern gedeckt werden können. In dieser Problemstellung ist auch der Fall enthalten, daß die öffentlichen Unternehmen kostendeckend produzieren sollen. Hier und in den folgenden Kapiteln werden dabei nicht nur die optimalen Schattenpreise abgeleitet, sondern jeweils auch Kriterien zur Prüfung der Frage angegeben,

ob ein bestimmtes Gleichgewicht bzw. ein bestimmter Schattenpreisvektor auch die unter den gegebenen Umständen bestmöglichen sind. Dazu müssen lediglich bestimmte Eigenschaften des (Second-Best-) Optimums bzw. der Gleichgewichtswerte der Variablen, nicht aber deren genaue Werte bekannt sein. Die erstmals von BOITEUX[1] behandelte Problemstellung dieses Kapitels, die hier allerdings um einige Interpretationen und Verdeutlichungen erweitert ist, wird im fünften Kapitel dahingehend modifiziert, daß die Defizite der öffentlichen Unternehmen jetzt durch indirekte Steuern auf die Konsumgüter zu decken sind, da Pauschalsteuern nicht erhoben werden können. Neben den bestmöglichen Produktions- bzw. Schattenpreisvektoren - die sich natürlich von den im vierten Kapitel ermittelten unterscheiden - ist jetzt noch die optimale Struktur des Systems von Verbrauchsteuern zu bestimmen und zu interpretieren.

Die Durchsetzung der in den beiden letzten Kapiteln beschriebenen Second-Best-Optima kann, abhängig vom jeweiligen Ausgangszustand, erhebliche Änderungen in der Preisgestaltung der öffentlichen Güter und der Struktur des Steuersystems erfordern. Nun lassen sich die Gründe für die das jeweilige Second-Best-Problem charakterisierenden (zusätzlichen) Nebenbedingungen in den meisten Fällen reduzieren auf mangelnde Einsicht in ökonomische Sachverhalte oder das Unvermögen bzw. den Unwillen, die jeweils adäquaten finanzpolitischen Instrumente einzusetzen. Wenn solche Sachverhalte aber geradezu konstitutiv für den Modellaufbau sind, ist die Annahme naheliegend, daß die Verwirklichung eines Second-Best-Optimums eben dann nicht oder nur gegen erheblichen Widerstand realisierbar erscheint, wenn gegenüber dem Ausgangsgleichgewicht deutliche Änderungen notwendig sind. Aufgabe der Allokationstheorie ist es dann, Kriterien und Maßnahmen anzugeben, die

[1] Vgl. BOITEUX [10].

zu einer schrittweisen Verbesserung des (suboptimalen) Ausgangszustandes führen. Nimmt man nun an, daß zwar mit manifesten "Steuerwiderständen" zu rechnen, eine Änderung des Produktionsvektors der öffentlichen Unternehmen (und die damit verbundene Anpassung der Marktpreise) aber möglich ist, kann die folgende Vorgehensweise der verantwortlichen Finanzpolitiker unterstellt und näher untersucht werden: die für die öffentlichen Unternehmen zuständigen Ökonomen in der (fiktiven) staatlichen Allokations- oder Kompositionsabteilung gehen bei der Ermittlung der optimalen Produktionsprogramme (bzw. der Schattenpreisvektoren) von dem jeweils herrschenden Steuersystem aus, während die für Steuerfragen zuständigen Finanzpolitiker (gleichzeitig) versuchen, schrittweise Verbesserungen im Steuersystem durchzusetzen.[1] Zumindest auf analytischer Ebene kann dieses Vorgehen in zwei Schritten untersucht werden. Gegenstand des sechsten Kapitels ist die Bestimmung der optimalen Schattenpreise für die öffentlichen Güter bei einem gegebenen Steuersystem, genauer, bei gegebenen Steuersätzen auf die privaten Konsumgüter. Im siebten Kapitel wird untersucht, wann welche schrittweisen Änderungen des Steuersystems eine Wohlstandserhöhung bewirken.

Während bis dahin ausschließlich die Effizienzaspekte der öffentlichen Güterproduktion berücksichtigt wurden, sind Verteilungsgesichtspunkte integraler Bestandteil des achten Kapitels. In einem Modell mit mehreren Individuen (bzw. Haushalten), die sich bezüglich ihrer Präferenzen und/oder Einkommen unterscheiden, werden dort die sogenannten Zwei-Stufen-Tarife behandelt. Neben den Marktpreisen kann zur Deckung des Defizits der öffentlichen Unternehmen eine für alle Konsumenten einheitliche Grundgebühr erhoben werden. An Hand eines Zwei-Klassen-Modells wird einerseits gezeigt, welche soziale Klasse stärker zur Finanzierung des Defizits herangezogen wird, andererseits herausgearbeitet, für welche Güter tenden-

---

[1] Zur genaueren Problemstellung vgl. S. 75 f .

ziell ein höherer Marktpreis (verglichen mit den jeweiligen Grenzkosten) verlangt wird. An einem vereinfachten Beispiel wird außerdem noch unter Verwendung empirischer Daten aufgezeigt, welchen Einfluß Verteilungsurteile auf das Preisgebaren öffentlicher Unternehmen haben. Im letzten, neunten Kapitel des zweiten Teils der Arbeit wird schließlich die Produktion von Kollektivgütern in öffentlichen Unternehmen abgehandelt - und zwar nur unter Effizienzaspekten. Im wesentlichen wird dabei davon ausgegangen, daß die Kollektivgüter den Konsumenten ohne direkte Gegenleistung zur Verfügung gestellt werden und die Produktionskosten durch indirekte Steuern auf die privaten Konsumgüter aufzubringen sind. Die aus der Standardliteratur bekannte Optimalbedingung ist in diesem Modellrahmen natürlich zu modifizieren. Untersucht wird dann einerseits, ob die "benefits"[1] aus der Bereitstellung der Kollektivgüter im Second-Best-Optimum größer oder kleiner als im Pareto-Optimum sind, an Hand vereinfachender Annahmen andererseits, ob in diesem Fall eine Über- oder Unterversorgung mit Kollektivgütern zu erwarten ist (verglichen mit einem Pareto-Optimum).

Das zehnte und Schlußkapitel enthält neben der kritischen Würdigung der Theorie des Zweitbesten und der Problematisierung der hier behandelten Modelle eine Auseinandersetzung mit den zum Thema gehörenden Literaturbeiträgen, auf die zuvor nicht näher eingegangen wurde. Insbesondere gehört dazu fast die gesamte deutschsprachige Literatur.

In einem analog gegliederten Anhang A finden sich längere und schwierigere mathematische Ableitungen und Beweise, die aus dem Hauptteil herausgenommen wurden.

Anhang B enthält ein Verzeichnis der in der Arbeit verwendeten (wichtigsten) mathematischen Symbole und ökonomischen Variablen.

---

[1] Diese werden in Kapitel 9 noch konkretisiert.

Mit der oben skizzierten Problemstellung dürfte die Produktion von Gütern durch öffentliche Unternehmen in systematischer und wenigstens einigermaßen umfassender Form in Second-Best-Modellen behandelt sein.

Daß mit den im Hauptteil behandelten Problemkreisen nicht alle Aspekte der Güterproduktion in öffentlichen Unternehmen behandelt wurden, bedarf keiner weiteren Ausführungen.[1] Wesentlich für die Auswahl war, daß mit den in dieser Arbeit diskutierten Fragestellungen einige der wichtigsten Forschungsrichtungen der neueren theoretischen Finanzwissenschaft aufgezeigt, behandelt und wohl auch ergänzt werden konnten: neben der Theorie öffentlicher Unternehmen zugleich Probleme der Kollektivgüterallokation und die Theorie optimaler Verbrauchsteuern.[2]

Die in den einzelnen Kapiteln abgeleiteten Theoreme werden in vielen Fällen durch Beispiele verdeutlicht. Insbesondere wird auf die Implikationen der in der mikroökonomischen Lehrbuchliteratur häufig verwendeten Nutzenfunktion vom Typ COBB-DOUGLAS hingewiesen.

Ein möglicher Vorwurf gegen die Konzeption der Arbeit soll schon an dieser Stelle vorweggenommen werden: der Vorwurf der mangelnden Verwertbarkeit der Ergebnisse für die praktische Preispolitik öffentlicher Unternehmen, wie z.B. Festsetzung von Nahverkehrs- oder Telefontarifen. Diese Problemstellung liegt allerdings auf einer ganz anderen Abstraktionsstufe. Eine volkswirtschaftlich vernünftige[3], d.h. allokationstheoretisch begründete Mengen- oder Preispolitik öffentlicher

---

[1]Insbesondere wurde das Problem des 'peak-load pricing' ausgeklammert.

[2]Zumindest sind das die Gebiete, denen im Editorial des Journal of Public Economics (April 1972) eine ständig zunehmende Bedeutung in der theoretischen Finanzwissenschaft bestätigt wird.

[3]Vorausgesetzt man akzeptiert die durch das Pareto-Kriterium definierte Norm einer ökonomisch sinnvollen Allokation der Ressourcen.

Unternehmen erfordert nun erst einmal die Ableitung theoretisch gesicherter Erkenntnisse, auf deren Grundlage dann unter Hinzuziehung betriebswirtschaftlicher Überlegungen konkretere Empfehlungen abzuleiten sind. In diesen Rahmen ist die vorliegende Arbeit einzuordnen: die Herausarbeitung des theoretischen Hintergrundes, der für eine gesamtwirtschaftlich rationale Politik im öffentlichen Produktionssektor einfach erforderlich ist.

Tatsächlich wird kein mit der Allokationstheorie vertrauter Ökonom die in den folgenden Kapiteln abgeleiteten Theoreme als unmittelbare Handlungsanweisung an die in der praktischen Finanzpolitik engagierten Finanzwissenschaftler auffassen. Akzeptiert man jedoch das paretianische Werturteil - und unter den Werturteilen, aus denen der Wirtschaftspolitiker seine Handlungen ableitet, gehört das Pareto-Kriterium eher zu den weniger einschränkenden - kann die Allokationstheorie zumindest die Grundregeln bzw. die Richtung für eine rationale Produktion öffentlicher Unternehmen angeben.

Daß darüberhinaus der Schritt zu konkreteren Entscheidungshilfen für die Praxis öffentlicher Unternehmen notwendig ist, steht außer Zweifel; daß er - wenn auch mit einigen Schwierigkeiten - möglich ist, zeigen einige Arbeiten, auf die an geeigneter Stelle hingewiesen wird; daß er (subjektiv empfunden) mit zu hohen Opportunitätskosten verbunden ist, bildet die Rechtfertigung für das eingeschlagene Vorgehen.

Kapitel 2: Verhaltensweisen und Annahmen in den einzelnen Sektoren der Volkswirtschaft

In diesem Kapitel werden die in den verschiedenen Sektoren der Volkswirtschaft getroffenen Annahmen und die für die privaten Haushalte und privaten Unternehmen vorgegebenen Verhaltenshypothesen konkretisiert. Die von den Managern der öffentlichen Unternehmen zu befolgenden Handlungsvorschriften werden dagegen aus der Zielsetzung des öffentlichen Produktionssektors bestimmt.

2.1 Die privaten Haushalte

Der vom i-ten Haushalt[1] ($i \in \{1,...,m\} \equiv M$) nachgefragte (angebotene) Gütervektor wird mit $x^{i\prime} = [x_0^i,...,x_n^i]$ bezeichnet.[2] Gut 0 ist der einzige vom Haushalt angebotene (variable) Faktor (Arbeit). Nach der in allgemeinen Gleichgewichtsmodellen üblichen Vorzeichenkonvention ist $x_0^i < 0$.

Es wird angenommen, daß die Präferenzordnung jedes Haushalts durch eine reellwertige[3] und streng quasikonkave[4] Nutzenfunktion $u^i = u^i(x^i)$ dargestellt werden kann. Diese Nutzenfunktion soll zweimal stetig differenzierbar und ihr Gradient strikt positiv sein.

---

[1] SAMUELSON [91] gibt die Bedingungen an, die die Existenz von "well-behaved" Haushaltsindifferenz- und -nachfragekurven sicherstellen.

[2] Allgemein bezeichnet x' einen Zeilen - und x einen Spaltenvektor.

[3] Die Bedingungen, denen die Präferenzordnungen dazu genügen müssen, finden sich in fast allen neueren mikroökonomischen Lehrbüchern; z.B. in MALINVAUD [66; 18 ff].

[4] Eine über der konvexen Menge $X \subset \mathbb{R}^{n+1}$ definierte reellwertige Funktion f(x) heißt streng quasikonkav, wenn $f(x) \geq f(\hat{x})$ impliziert $f[tx+(1-t)\hat{x}] > f(\hat{x})$ $\forall$ $x \neq \hat{x} \in X$ und $t \in (0,1)$. Aus dieser Definition folgt, daß die Indifferenzkurven streng konvex sind; vgl. z.B. TAKAYAMA [100; 109].

Der Haushalt maximiert seine Nutzenfunktion bei gegebener Einkommensrestriktion $p'x^i+L^i = I^i$, wobei $p' = [p_o,p_1,\dots,p_n]$ den Markt- oder Konsumentenpreisvektor bezeichnet, $I^i \geq 0$ die für den Haushalt gegebene Einkommenskomponente, die ihm als Einkommen aus den Unternehmen zufließt, und $L^i \lesseqgtr 0$ das vom Staat bezogene Transfereinkommen ($L^i<0$) bzw. die abzuführenden Pauschalsteuern ($L^i>0$). Aus den Bedingungen erster Ordnung[1,2]

$$(2\text{-}1) \qquad \nabla u^i(x^i)' - \lambda^i p' = 0' \qquad \text{wobei} \quad \nabla u^{i\prime} = \left[\frac{\partial u^i}{\partial x_o^i},\dots,\frac{\partial u^i}{\partial x_n^i}\right] = \left[u_o^i,\dots,u_n^i\right]$$

$$(2\text{-}2) \qquad I^i - L^i - p'x^i = 0$$

können die Nachfragefunktionen

$$(2\text{-}3) \qquad x^i = x^i(p,\tilde{I}^i) \qquad \text{mit} \quad \tilde{I}^i = I^i - L^i$$

abgeleitet werden, die unter den oben getroffenen Annahmen existieren und (mindestens einmal) stetig differenzierbar sind.[3,4]

Bekannt ist, daß die Nachfragefunktionen dann homogen vom Grade Null in ihren Argumenten sind; Gut 0 kann als Numéraire gewählt und $p_o=1$ gesetzt werden.

---

[1] λ ist der entsprechende LAGRANGE-Multiplikator und kann als Grenznutzen des Einkommens interpretiert werden.

[2] In dieser Arbeit werden nur sogenannte "innere" Optima betrachtet. Der bei Einbeziehung von Ecklösungen notwendige größere mathematische Aufwand scheint bei dem Thema dieser Arbeit in keinem Verhältnis zu dem dadurch erzielten zusätzlichen Erkenntniswert zu stehen.

[3] Vgl. z.B. MALINVAUD [66; 25 ff], BRONSARD [11; 23 ff].

[4] Erwähnenswert ist ferner, daß die Gleichungen (2-1) und (2-2) aufgrund der genannten Annahmen über die Nutzenfunktionen und der Linearität der Nebenbedingungen notwendige und hinreichende Bedingungen dafür sind, daß der Lösungsvektor x eindeutig bestimmt ist; vgl. TAKAYAMA [100; 133-135].

In Anhang A-2-I sind einige in der Arbeit mehrmals benötigte Beziehungen angegeben, die aus den Nachfragefunktionen abgeleitet werden.

Um die Effizienzaspekte der öffentlichen Güterproduktion isoliert betrachten zu können, wird in den entsprechenden Kapiteln des Hauptteils angenommen, daß nur ein Haushalt existiert. Der Index i wird dann einfach weggelassen. Ebensogut könnte man davon ausgehen, daß alle Haushalte in den wesentlichen ökonomischen Merkmalen identisch sind, insbesondere hinsichtlich ihrer Präferenzordnungen und ihrer Einkommen. Eine additive soziale Wohlfahrtsfunktion (mit gleichen Gewichten für alle Individuen) würde als Maximand des gesellschaftlichen Optimierungsproblems zu den gleichen Ergebnissen führen wie die Maximierung der Nutzenfunktion in einer Ein-Haushalt-Ökonomie. Würde zusätzlich vorausgesetzt, daß alle Nutzenfunktionen homothetisch sind, könnte überdies mit einer sozialen Nutzenfunktion gearbeitet werden.[1]

2.2 Die privaten Unternehmen

Die Produktionsfunktion des l-ten Unternehmens ($l \in \{1,\dots,v\} = V$) sei durch

$$\tilde{f}^l(y^l) = 0 \qquad \forall l \in V$$

gegeben. Dabei ist y_0^l die in diesem Unternehmen eingesetzte Menge an Arbeit, die Güter 1,...,n sind entweder Endprodukte, die als Konsum- oder Produktionsgüter an andere Wirtschaftseinheiten abgegeben werden, oder von anderen Unternehmen bezogene Produktionsgüter. Auch hier ist die Vorzeichenkonvention für die eingesetzten Produktionsfaktoren zu beachten.

Im folgenden wird allerdings durchweg mit den nach dem Faktor

---

[1] Vgl. SAMUELSON [91].

Arbeit explizierten 'Faktorfunktionen'[1]

(2-4) $\quad y_0^l = f^l(y_*^l) \qquad \forall\ l\in V,$

gearbeitet, wobei $y_*^{l'} = [y_1^l, \ldots, y_n^l]$ ist.
Die Funktion f^l sei homogen, konkav für alle l, zweimal stetig differenzierbar, und der Gradient strikt negativ. Damit sind zunehmende Skalenerträge im privaten Produktionssektor ausgeschlossen. Verhaltenshypothese ist Profitmaximierung, also

(2-5)
$$\begin{aligned} &\max \quad q'y^l \\ &\text{u.d.N.}^2\ y_0^l - f^l(y_*^l) = 0 \qquad \forall\ l\in V\ , \end{aligned}$$

wobei q den für alle privaten Unternehmen gleichen Produzentenpreisvektor bezeichnet. Bei vollkommener Konkurrenz auf allen für die privaten Unternehmen relevanten Güter- und Faktormärkten sind die Bedingungen erster Ordnung[3] für ein Profitmaximum

(2-6)
$$\begin{aligned} q_0 \nabla f^l(y_*^l) + q_* &= 0 \\ y_0^l - f^l(y_*^l) &= 0 \quad . \end{aligned}$$

Dabei postulieren die ersten n Gleichungen gerade die Gleichheit von Grenzkosten und Produktpreis bzw. von Grenzrate der (technischen) Substitution und Faktorpreis(verhältnis), je

---

[1] Vgl. WITTMANN [108, 9].

[2] Abkürzung für: unter der Nebenbedingung.

[3] Außerdem ist (2-6) unter den genannten Annahmen wieder notwendig und hinreichend dafür, daß der Lösungsvektor y^l ein Maximum von (2-5) ist, vgl. TAKAYAMA [100, 138].

nachdem, ob die entsprechende Komponente von y_* ein Endprodukt oder ein Produktionsfaktor ist.[1]

Unter bestimmten Bedingungen können aus (2-6) die Angebotsfunktionen

$$(2\text{-}7) \qquad y^l = y^l(q_*)$$

abgeleitet werden (wobei das Preissystem schon durch $q_o=1$ normiert wurde).

In den Teilen der Arbeit, die (in einer Umgebung des Gleichgewichts) von abnehmenden Skalenerträgen in den privaten Unternehmen ausgehen, wird angenommen, daß die Funktionen f^l dort streng konkav sind. Darüberhinaus werden aus der Menge der streng konkaven Funktionen nur diejenigen betrachtet, deren HESSEsche Matrix

$$H(f^l) = \begin{bmatrix} f^l_{11} & \cdots & f^l_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ f^l_{n1} & \cdots & f^l_{nn} \end{bmatrix} \qquad \text{mit} \quad f^l_{ij} = \frac{\partial y^l_o}{\partial y^l_i \partial y^l_j}$$

[1] Die j-te Gleichung von (2-6) ist $q_o(\partial f^l / \partial y^l_j) = -q_j$.
Für konstante y_i ($i \in N$, $i \neq j$) folgt aus der 'Faktorfunktion' $dy_o = (\partial f^l / \partial y^l_j) dy^l_j$, so daß gilt $-q_o(dy^l_o / dy^l_j) = q_j$.
Wenn Gut j ein Endprodukt ist, gibt die linke Seite dieser Gleichung (die für $q_o=1$ ja gerade gleich $-\partial f^l / \partial y^l_j$ ist) unter Berücksichtigung der Vorzeichenkonvention für Produktionsfaktoren gerade die Grenzkosten des Gutes j an.
Wird mit dem Index j ein Produktionsfaktor bezeichnet, kann $-dy^l_o / dy^l_j = -\partial f^l / \partial y^l_j$ als Grenzrate der (technischen) Substitution interpretiert werden, die für $q_o=1$ gleich dem Preis des Faktors j ist.

negativ definit ist. Diese - die mathematische Analyse vereinfachende - Einschränkung[1] scheint hier angesichts der Tatsache vertretbar, daß sie selbst in einem Standardwerk über Produktionstheorie getroffen wird.[2] Die Negativ- (Semi-) Definitheit der HESSEschen Matrix von f^1 kann im übrigen als Verallgemeinerung des Prinzips vom abnehmenden Grenzertrag bezeichnet werden. Im Anhang A-2-II auf S.162 wird gezeigt, daß die Angebotsfunktionen unter diesen Bedingungen existieren und stetig differenzierbar sind.

Bei <u>konstanten Skalenerträgen</u> sind die Angebotsfunktionen allerdings mengenwertige Funktionen[3], so daß die entsprechenden Funktionalmatrizen nicht (überall) gebildet werden können. Die Funktionen (A-2-6), die in diesem Fall als "inverse" Angebotsfunktionen[4] bezeichnet werden sollen, existieren aber auf alle Fälle. Aus Vereinfachungsgründen wird in den Abschnitten der Arbeit, die von linear homogenen Funktionen f^1 ausgehen, angenommen, daß die Expansionspfade für alle Unternehmen durch den Ursprung verlaufen und für ein gegebenes Preissystem jeweils parallel sind. Dann kann nämlich mit einer aggregierten Produktions- (oder 'Faktor'-) Funktion gearbeitet werden, die ebenfalls homogen vom Grade Eins ist.[5]

Diese aggregierte 'Faktorfunktion' sei durch

(2-8) $$y_0 = F(y_*)$$

gegeben.

---

[1] Negativ-Definitheit ist nur hinreichende, nicht aber notwendige Bedingung für streng konkave Funktionen; vgl. TAKAYAMA [100; 121 f].
Die Formulierung bei LANCASTER [55; 133] : "If f(x) is strictly convex (concave), its Hessian is positive (negative) definite" ist falsch.

[2] Vgl. WITTMANN [108; 17/18].

[3] Ein gegebener Preisvektor wird also in mehrere Mengenvektoren abgebildet; vgl. z.B. MALINVAUD [66; 59, Fn].

[4] Während (A-2-6) bei abnehmenden Skalenerträgen die Inverse der Angebotsfunktion ist, gilt das bei konstanten Skalenerträgen nicht. Um Mißverstädnissen vorzubeugen, werden bei konstanten Skalenerträgen deshalb im Terminus: "inverse" Angebotsfunktion die Anführungszeichen verwendet.

[5] Vgl. GREEN [37; 49/50].

2.3 Der öffentliche Sektor

Im Staatsbereich werden zwei Arten von Instrumentalvariablen betrachtet, die allerdings in der Regel nicht unabhängig voneinander eingesetzt werden können.
Das Steuerinstrumentarium beschränkt sich dabei auf die Erhebung von Pauschalsteuern (lump-sum Steuern) und Verbrauchsteuern. Mit einigem Aufwand, aber ohne allzu große theoretische Schwierigkeiten könnten z.B. Gewinnsteuern oder eine unterschiedliche Besteuerung der einzelnen Unternehmen zugelassen werden.[1] Da der Schwerpunkt der Arbeit auf der Ermittlung und Interpretation der zur Realisierung eines optimalen öffentlichen Produktionsprogramms notwendigen fiskalischen Maßnahmen liegt, scheint eine solche Einschränkung vertretbar zu sein.

Im öffentlichen Produktionssektor wird nun angenommen, daß in den einzelnen öffentlichen Unternehmen mit zunehmenden Skalenerträgen produziert wird.
Diese zunehmenden Skalenerträge sind fast immer auf die Existenz unteilbarer Produktionsanlagen zurückzuführen und führen zwangsläufig zur Entstehung fixer Kosten. Bei kurzfristiger Betrachtungsweise ist von gegebener Betriebsgröße eines öffentlichen Unternehmens auszugehen. Ist diese Betriebsgröße optimal gewählt, produziert das öffentliche Unternehmen im (kurzfristigen) Gleichgewicht bei zunehmenden Grenzkosten. Wenn für die öffentlichen Unternehmen also weiterhin zunehmende Skalenerträge im relevanten Outputbereich angenommen werden, so impliziert das praktisch immer eine nichtoptimale Wahl der Kapazität.[2]

Im folgenden soll $z^{k'} = [z_0^k,\dots,z_n^k]$ den vom k-ten öffentlichen Unternehmen ($k\in\{1,\dots,w\}=W$) angebotenen (bzw. nachgefragten)

---

[1] Vgl. etwa die Arbeiten von DESGUPTA/STIGLITZ [17], MIRRLEES [69].

[2] Entscheidungen unter Zugrundelegung der langfristigen Kostenfunktion implizieren im übrigen zugleich die Wahl der optimalen Betriebsgröße.
Vgl. auch SOHMEN [98; Kap. 11].

Güterverktor bezeichnen und

$$\tilde{g}^k(z^k) = 0$$

bzw.

(2-8) $$z_o^k = g^k(z_*^k) \qquad \forall\ k \in W$$

die jeweiligen Produktions- bzw. 'Faktorfunktionen', wobei letztere annahmegemäß homogen,streng konvex und zweimal stetig differenzierbar sind. Analog zum privaten Produktionssektor werden von den streng konvexen Funktionen wieder nur diejenigen betrachtet, deren HESSEsche Matrix $H(g^k)$ positiv definit ist. Das kann als Verallgemeinerung der Annahme (streng) zunehmender Grenzerträge interpretiert werden.

Allgemein soll die Produktion in den öffentlichen Unternehmen unter der Zielsetzung erfolgen, daß die Allokation der Ressourcen in der betrachteten Volkswirtschaft optimal im Sinne des Pareto-Kriteriums ist. Unter der Voraussetzung, daß eine effiziente Allokation innerhalb des öffentlichen Produktionssektors vorteilhaft ist[1], soll nun gezeigt werden, wie die Manager der öffentlichen Unternehmen veranlaßt werden können, genau die optimalen Produktionsprogramme zu verwirklichen. Ausgangspunkt ist dabei die

<u>Definition:</u>

Die Produktionsvektoren $(\bar{z}^1,\ldots,\bar{z}^w)$ sind genau dann effizient, wenn es keine Vektoren $(\bar{\bar{z}}^1,\ldots,\bar{\bar{z}}^w)$ gibt, so daß für alle $j \in \{0,1,\ldots,n\}$ gilt

$$\sum_{k \in W} \bar{\bar{z}}_j^k \geq \sum_{k \in W} \bar{z}_j^k \quad ,$$

mit striktem Ungleichheitszeichen für mindestens ein j.

---

[1] Das muß in einem Second-Best-Optimum nicht unbedingt der Fall sein; vgl. Kapitel 4.

Verbal ausgedrückt heißt das, daß eine effiziente Produktion im öffentlichen Sektor genau dann vorliegt, wenn die Nettoproduktion eines Konsum- oder Produktionsgutes maximal ist (bzw. der Nettoeinsatz eines Faktors minimal ist) für gegebene Mengen aller anderen Endprodukte und Faktoren.
Die (notwendigen) Bedingungen für eine effiziente Allokation der Ressourcen im öffentlichen Sektor erhält man aus der Umsetzung dieser Definition in ein formales Optimierungsproblem, nämlich[1]

$$\max \sum_{k \in W} z_o^k$$

(2-9)
$$\text{u.d.N.} \sum_{k \in W} z_j^k - \sum_{k \in W} \bar{z}_j^k = 0 \qquad \forall\, j \in N$$

$$z_o^k - g^k(z_*^k) = 0 \qquad \forall\, k \in W \; .$$

Wenn die LAGRANGE-Multiplikatoren der letzten k Gleichungen eliminiert werden und $\sigma_*' = [\sigma_1, \ldots, \sigma_n]$ der Vektor der LAGRANGE-Multiplikatoren der ersten j Beschränkungsgleichungen ist, sind die Bedingungen erster Ordnung

(2-10)
$$\sigma_* = -\nabla g^1 = \ldots = -\nabla g^w \; .$$

Da die Komponenten von ∇g^k negativ sind, ist $\sigma_j > 0$ für alle $j \in N$. Nun gibt der j-te LAGRANGE-Multiplikator ja gerade die Wirkung einer (marginalen) Änderung der j-ten Beschränkung auf den optimalen Wert der Zielfunktion, $\sum_{k \in W} (z_o^k)^*$, an, d.h. es ist[2]

---

[1] Da $z_o^k < 0$ für alle $k \in W$ bedeutet die Maximierung $\sum_{k \in W} z_o^k$ nichts anderes als die Minimierung des Einsatzes von Arbeit.
[2] Vgl. etwa PANIK [78, 205 ff und 225].

$$\frac{d\left[\sum_{k\in W}(z_o^k)^*\right]}{d\left[\sum_{k\in W}\bar{z}_j^k\right]} = -\sigma_j<0 \ .$$

Wenn Gut j ein Konsum- oder Produktionsgut ist, besagt diese Gleichung, daß die Verminderung der Nettoproduktion von Gut j im öffentlichen Sektor um eine Einheit im Hinblick auf die Veränderung der Zielvariablen positiv zu bewerten ist. Und zwar beträgt die Zunahme des optimalen Wertes von $\sum_{k\in W} z_o^k$ gerade $(-\sigma_j)$ Einheiten, und das heißt, daß der notwendige Nettoeinsatz des Faktors Arbeit um σ_j Einheiten abnimmt. Der Einschränkung der Nettoproduktion von Gut j um eine Einheit entspricht also (im Optimum) eine Verminderung des Nettoeinsatzes des Faktors Arbeit um σ_j Einheiten, oder äquivalent formuliert: ausgedrückt in Arbeitseinheiten ist eine Einheit von Gut j gerade σ_j Einheiten 'wert'. Aufgrund dieser Überlegungen ist es naheliegend, den Vektor σ_* als Schattenpreisvektor zu interpretieren.

Gleichung (2-10) kann dann auch als Bedingung erster Ordnung für ein Extremum der Gewinnfunktion[1]

$$\text{(2-11)} \qquad \begin{aligned} G^k &= z_o^k+\sigma_*^{\prime} z_*^k+K \\ &= g^k(z_*^k)+\sigma_*^{\prime} z_*^k+K \qquad \forall\ k\in W \end{aligned}$$

angesehen werden. Das totale Differential zweiter Ordnung

$$d^2G^k = dz_*^{k\prime}H(g^k)dz_*^k \qquad \forall\ k\in W$$

ist aber größer Null, da die HESSEsche von g^k, $H(g^k)$, positiv definit ist für alle $k\in W$, so daß der Extremwert von (2-11)

[1] Der Term K, mit K<0 in der Gleichung (2-11) soll dabei die oben erwähnten fixen Kosten darstellen.

ein Minimum ist.[1]

Durch Variation der gegebenen Mengen $\sum_{k \in W} \bar{z}_j^k$ im Optimierungsproblem (2-9) kann jede im öffentlichen Sektor mögliche, effiziente Güterkombination und der dazugehörige Vektor σ_* bestimmt werden. Der optimale Schattenpreisvektor, der mit s_* bezeichnet werden soll, ist dann genau der Vektor σ_* , der der für ein Extremum eines (noch zu formulierenden) gesellschaftlichen Optimierungsproblems erforderlichen Struktur der öffentlichen Produktion entspricht. Dieses optimale Produktionsprogramm kann also dadurch realisiert werden, daß den Managern der öffentlichen Unternehmen der Schattenpreisvektor s_* mit der Auflage vorgegeben wird, die Gewinne auf Basis der gegebenen Schattenpreise zu minimieren. Die Vorgabe der korrekten Schattenpreise setzt allerdings die vollständige (numerische) Lösung des gesellschaftlichen Optimierungsproblems durch eine finanzpolitische Entscheidungszentrale voraus. Eine rationale Finanzpolitik würde sich dann im wesentlichen mit den Problemen befassen, die mit der finanzwirtschaftlichen Realisierung eines schon bekannten Zustands zusammenhängen. Die zur Berechnung des optimalen Schattenpreisvektors (und damit aller anderen Gleichgewichtswerte) notwendige Menge an Informationen kann tatsächlich jedoch nicht als bekannt vorausgesetzt werden. Aus diesem Grund werden in den Kapiteln des zweiten Teils auch größtenteils solche Theoreme abgeleitet, die vom Finanzpolitiker für den Fall als Entscheidungshilfen herangezogen werden können, daß die genauen Gleichgewichtswerte der Systemvariablen nicht bekannt sind. Zum Beispiel wird die Reaktion der Gleichgewichtsvariablen (insbesondere natürlich der Schattenpreise) auf finanzwirtschaftlich induzierte Störungen angegeben oder die Struktur des optimalen Schattenpreisvektors - ggf. in bezug zum entsprechenden Marktpreisvektor - näher charakterisiert und interpretiert.

---

[1]Noch einmal sei darauf hingewiesen, daß nur "innere" Optima betrachtet werden.

Die soeben abgeleitete Verhaltensregel: Minimierung der Gewinne bei gegebenen Schattenpreisen ist auf den ersten Blick vielleicht erstaunlich; ihre Berechtigung wird aber schnell plausibel, wenn man zur Vereinfachung unterstellt, daß das öffentliche Monopol nur ein Konsumgut produziert: Annahmegemäß nehmen die in Schattenpreisen bewerteten Grenzkosten ab und schneiden (in der graphischen Darstellung) die horizontale Preisgerade "von oben"; aus der Theorie der Unternehmung ist bekannt, daß dann ein Gewinnminimum vorliegt.[1] Zu beachten ist im übrigen, daß, wenn der optimale Produktionsvektor z^k mit den tatsächlichen Marktpreisen bewertet wird, durchaus ein positiver Gewinn realisiert werden kann.[2] Das wird in Kapitel 4 u.a. auch graphisch verdeutlicht. Vor einer allzu simplifizierten, weil verkürzten Interpretation, etwa: die Manager der öffentlichen Unternehmen sollten ihre Gewinne minimieren, ist jedenfalls zu warnen. Einige Probleme können indessen bei der praktischen Umsetzung dieser Regel durch die Manager der öffentlichen Unternehmen entstehen.[3] Ein finanzpolitisches Kontrollzentrum muß u.a. sichern, daß eine Senkung der Gewinne nicht einfach durch Verschwendung von Produktionsfaktoren herbeigeführt wird, sondern, daß entsprechend der Gleichung (2-11) die Produktions- bzw. Faktorfunktionen eingehalten werden. Die Kontrolle der Manager der öffentlichen Unternehmen muß (zumindest potentiell) so weit gehen, daß den Managern kein Spielraum für autonome Entscheidungen bleibt. Diese Voraussetzung ist sicherlich nicht allzu realistisch.[4] Trotzdem erscheint es sinnvoll, optimale öffentliche Produktionsprogramme zuerst einmal unter

---

[1] Vgl. etwa HENDERSON/QUANDT [43, 212].

[2] Dazu muß als Nebenbedingung des Second-Best-Problems ja nur $p'z^k$ = konstant > 0 vorgegeben werden.

[3] Vgl. auch BATOR [4, 406 f].

[4] Z.B. gehen POMMEREHNE [82, 274], GRAVELLE/KATZ [39] und PEACOCK/ROWLEY [79] gerade davon aus, daß die Manager in öffentlichen Unternehmen einen größeren autonomen Entscheidungsspielraum haben als in privaten Unternehmen, sich also nicht unbedingt an vorgegebene Verhaltensregeln halten müssen.

diesen (idealtypischen) Bedingungen abzuleiten und erst dann die Modifikationen zu untersuchen, die sich aus einer größeren Realitätsnähe der Annahmen ergeben.

Mit der Gewinnminimierungsregel äquivalent, aber auf der Oberfläche weniger merkwürdig ist die folgende Vorschrift für den Manager eines öffentlichen Unternehmens:

> Realisiere den Produktionsvektor z^k, bei dem die mit den vorgegebenen Schattenpreisen bewerteten Grenzkosten bzw. die Grenzrate der (technischen) Substitution mit den Schattenpreisen der jeweiligen Endprodukte bzw. Produktionsfaktoren übereinstimmen.

Die Übereinstimmung mit der Gewinnminimierungsregel folgt aus der Gleichung (2-10) und der in Fußnote 1 auf Seite 20 für den privaten Unternehmenssektor erläuterten Tatsache, daß die Komponenten des Gradienten der 'Faktorfunktion' g^k den (zu Schattenpreisen bewerteten) Grenzkosten bzw. der Grenzrate der (technischen) Substitution entsprechen.

Bei dieser ausführlichen Einführung des Schattenpreisvektors wurde davon ausgegangen, daß es sinnvoll ist, innerhalb des öffentlichen Produktionssektors effizient zu produzieren. In einer Second-Best-Ökonomie ist das jedoch keineswegs notwendigerweise so. In diesen Fällen ist dann ein für jedes öffentliche Unternehmen unterschiedlicher Schattenpreisvektor s_*^k zugrunde zu legen.

Analog zum Vorgehen im privaten Produktionssektor können aus (2-11) dann auf der Basis dieser Schattenpreise (fiktive) Angebotsfunktionen

$$(2\text{-}12) \qquad z^k = z^k(s_*^k) \qquad \forall\ k \in W$$

der öffentlichen Unternehmen abgeleitet werden.

Da im Unternehmensgleichgewicht $s_*^k = -\nabla g^k$ ist, wird gelegentlich statt mit dem Schattenpreisvektor auch mit den (zu Schattenpreisen berechneten) Grenzkosten bzw. den Grenzraten der

(technischen) Substitution argumentiert, die ja den Komponenten von $(-\nabla g^k)$ entsprechen.

2.4 Die Marktgleichgewichtsbedingungen

Zu berücksichtigen sind schließlich noch die Marktgleichgewichtsbedingungen

$$\sum_{i \in M} x^i - \sum_{l \in V} y^l - \sum_{k \in W} z^k = 0. \tag{2-13}$$

Es wird also angenommen, daß keine Anfangsbestände existieren. Durch die explizite Formulierung der Marktgleichgewichtsbedingungen ist in allgemeinen Gleichgewichtsmodellen über das WALRAS-Gesetz garantiert, daß das Budget des Staates ausgeglichen ist. Das wird in den einzelnen Kapiteln des Hauptteils näher ausgeführt.

Kapitel 3: Ein allgemeines Second-Best-Modell[1,2]

In diesem Kapitel soll ein allgemeines Second-Best-Modell entwickelt und die Bedingungen erster Ordnung des gesellschaftlichen Optimierungsproblems so angegeben werden, daß Konsumenten-, Produzenten- und Schattenpreissystem im allgemeinen Rahmen bestimmt sind. Dieses Vorgehen erspart einerseits unnötige Wiederholungen bei den verschiedenen Konkretisierungen des allgemeinen Ansatzes in den folgenden Kapiteln, ermöglicht andererseits eine Erweiterung auf andere, in dieser Arbeit nicht behandelte Problemkreise aus der Theorie des Zweitbesten.

Maximand des gesellschaftlichen Optimierungsproblems ist eine individualistische soziale Wohlfahrtsfunktion $W(u^1,\dots,u^m)$ mit strikt positivem Gradienten ∇W. Berücksichtigt man als Nebenbedingungen (nur) die 'Faktorfunktionen' des privaten und öffentlichen Produktionssektors sowie die Marktgleichgewichtsbedingungen, erhält man aus dem Maximierungsproblem

$$
(3\text{-}1)\qquad
\begin{aligned}
&\max\ W(u^1,\dots,u^m)\\
&\text{u.d.N.}\ y_o^l - f^l(y_*^l) = 0 \qquad \forall\ l \in V\\
&\qquad z_o^k - g^k(z_*^k) = 0 \qquad \forall\ k \in W\\
&\sum_{i\in M} x^i - \sum_{l\in V} y^l - \sum_{k\in W} z^k = 0
\end{aligned}
$$

die notwendigen Bedingungen für eine Pareto-optimale Allokation

[1] Vgl. zu diesem Kapitel BRONSARD [11]. Die Lektüre dieses überaus anregenden Buches hat überhaupt wesentlich zum Verständnis der Grundlagen der in der vorliegenden Arbeit behandelten Probleme beigetragen.
In einem ausführlichen Briefwechsel hat BRONSARD im übrigen mehrere Unklarheiten beseitigen helfen, und dadurch erst die Formulierung des Theorems 5-7 in Kapitel 5 ermöglicht.

[2] KOLM [54] hat ebenfalls eine allgemeine Theorie des Zweitbesten entwickelt. Die auf sein Buch [53] bezogene Bemerkung von TURVEY [104; 19 Fn. 2] "... stimulating, albeit obscure" gilt allerdings auch hier.

der Ressourcen. Diese Bedingungen und ihre Interpretation dürften bekannt sein.

Bei konstanten Skalenerträgen kann unter den auf Seite 21 genannten Annahmen mit der aggregierten 'Faktorfunktion' (2-8) $y_o - F(y_*) = 0$ gearbeitet werden, die dann an die Stelle der v Gleichungen $y_o^l - f^l(y_*^l) = 0$ tritt.

Ein Problem des Zweitbesten ist nun dadurch gekennzeichnet, daß zusätzliche Nebenbedingungen im obigen Maximierungsproblem zu berücksichtigen sind. Diese Nebenbedingungen variieren zwar von einem Problem zum anderen, können aber allgemein immer als Funktion der Variablen des obigen Problems, also von x^i, y^l, z^k für alle $i \in M$, $l \in V$, $k \in W$ ausgedrückt werden. Die allgemeine Form dieser zusätzlichen Nebenbedingungen sei dann

$$(3\text{-}2) \qquad C(x^1,\ldots,x^m,y^1,\ldots,y^v,z^1,\ldots,z^w) = 0 ,$$

wobei die Funktion C zweimal stetig differenzierbar sein soll. C ist eine Abbildung vom $\mathbb{R}^{(n+1)(m+v+w)}$ in den $\mathbb{R}^r$, wobei r dadurch beschränkt ist, daß die Zahl aller Nebenbedingungen (die linear unabhängig sein sollen) kleiner als die Anzahl der Variablen (n+1)(m+v+w) ist.[1]
Wenn das Optimierungsproblem (3-1) unter Berücksichtigung der zusätzlichen Nebenbedingung (3-2) eine Lösung hat[2] (was vorausgesetzt werden soll), gibt es Zahlen bzw. Vektoren
$-\alpha' = -[\alpha_1,\ldots,\alpha_v]$, $-\beta' = -[\beta_1,\ldots,\beta_w]$, $-\gamma' = -[\gamma_o,\gamma_1,\ldots,\gamma_n]$, $-\mu' = -[\mu_1,\ldots,\mu_r]$ derart, daß die folgenden Gleichungen gelten:

$$(3\text{-}3) \qquad \frac{\partial W}{\partial u^i} \nabla u^{i'} = \gamma' + \mu' \frac{\partial C}{\partial x^i} \qquad \forall\ i \in M$$

---

[1] Wäre die Zahl der linear unabhängigen Nebenbedingungen gerade gleich (n+1)(m+v+w), ist der Schnittpunkt der durch die einzelnen Nebenbedingungen definierten Hyperebenen ein Punkt des $\mathbb{R}^{(n+1)(m+v+w)}$ und die Optimierungsaufgabe trivial, vgl. z.B. PANIK [78, 213].

[2] Auch hier werden wieder nur "innere" Optima betrachtet.

$$(3\text{-}4) \qquad \alpha_l[1,-\nabla f^l(y_*^l)] = \gamma' - \mu' \frac{\partial C}{\partial y^l} \qquad \forall\ l\in V$$

$$(3\text{-}5) \qquad \beta_k[1,-\nabla g^k(z_*^k)] = \gamma' - \mu' \frac{\partial C}{\partial z^k} \qquad \forall\ k\in W \quad .$$

Durch die im Anhang A-3-I angegebenen mathematischen Manipulationen können aus diesen Bedingungen erster Ordnung für ein Second-Best-Optimum die folgenden Gleichungen (3-6) - (3-10) abgeleitet werden. Der Versuch einer ökonomischen Interpretation der (rechten Seiten der) folgenden Gleichungen ist nicht notwendig (und auch wenig erfolgversprechend), da es hier einzig und allein auf die Ableitung solcher Gleichungen ankam, die einen möglichst günstigen, d.h. arbeitssparenden Ausgangspunkt für die konkreten Problemstellungen der folgenden Kapitel bildeten.
Der Konsumentenpreisvektor ist im Mehr-Personen-Fall gegeben durch

$$(3\text{-}6) \qquad p_*' = \gamma_*'+\mu' \left\{\sum_{i\in M} \frac{\partial C}{\partial x^i} \begin{bmatrix} -p_*' \\ I_n \end{bmatrix} \frac{\delta x_*^i}{\delta p_*}\right\} \left[\sum_{i\in M} \frac{\delta x_*^i}{\delta p_*}\right]^{-1} \quad ,$$

im Ein-Personen bzw. Ein-Haushalts-Modell durch

$$(3\text{-}7) \qquad p_*' = \gamma_*'+\mu' \frac{\partial C}{\partial x} \begin{bmatrix} -p_*' \\ I_n \end{bmatrix} \quad .$$

Als Produzentenpreissystem wurde bei abnehmenden Skalenerträgen in den einzelnen privaten Unternehmen ermittelt

$$(3\text{-}8) \qquad q_*' = \gamma_*'-\mu' \left\{\sum_{l\in V} \frac{\partial C}{\partial y^l} \begin{bmatrix} -q_*' \\ I_n \end{bmatrix} \frac{\partial y_*^l}{\partial q_*}\right\} \left[\sum_{l\in V} \frac{\partial y_*^l}{\partial q_*}\right]^{-1}$$

und bei konstanten Skalenerträgen

(3-9) $$q'_* = \gamma'_* - \mu' \frac{\partial C}{\partial y} \begin{bmatrix} -q'_* \\ I_n \end{bmatrix} .$$

Der Schattenpreisvektor für das k-te öffentliche Unternehmen schließlich ist gegeben durch

(3-10) $$s^{k'}_* = \gamma'_* - \mu' \frac{\partial C}{\partial z^k} \begin{bmatrix} -s^{k'}_* \\ I_n \end{bmatrix} .$$

In diesen Gleichungen ist I_n die n×n Einheitsmatrix und $\frac{\partial y^1_*}{\partial q_*}$ in (3-8) die Funktionalmatrix der Angebotsfunktionen $y^1_* = y^1_*(q_*)$ der privaten Unternehmen.

Die Matrix $\frac{\delta x^i_*}{\delta p_*}$ in der Gleichung (3-6) ist die SLUTZKY-Matrix

(3-11) $$\frac{\delta x^i_*}{\delta p_*} \equiv \frac{\partial x^i_*}{\partial p_*}\bigg|_{u=\text{const.}} = \left[\frac{\partial x^i_*}{\partial p_*} + \frac{\partial x^i_*}{\partial I^i} x^{i'}_*\right] ,$$

die unter den in Kapitel 2, Abschnitt A angegebenen Annahmen existiert und symmetrisch ist.[1]

Statt mit der SLUTZKY-Matrix wird in den folgenden Kapiteln häufig mit der ANTONELLI-Matrix

(3-12) $$\frac{\delta p_*}{\delta x^i_*} = \left[\frac{\partial p_*}{\partial x^i_*} - \frac{\partial p_*}{\partial x^i_o} p'_* \right]$$

gearbeitet. Unter den auf Seite 16 genannten Annahmen ist die

[1] Die Beweise finden sich u.a. bei KATZNER [49, 48].

SLUTZKY-Matrix regulär[1] und gerade die Inverse der ANTONELLI-Matrix, d.h. es gilt

$$(3\text{-}13) \qquad \left[\frac{\delta x_*^i}{\delta p_*}\right]^{-1} = \frac{\delta p_*}{\delta x_*^i} \qquad \forall\ i \in M .$$

Der Beweis findet sich in mehreren leicht zugänglichen Literaturbeiträgen[2] und soll hier nicht wiederholt werden. Die ökonomische Interpretation der Elemente der ANTONELLI-Matrix ist ähnlich derjenigen der SLUTZKY-Matrix: betrachtet werden nur die durch eine Variation des Konsumgütervektors verursachten, aber durch gleichzeitige Anpassung des Faktors Arbeit so kompensierten Preisänderungen, daß das Nutzenniveau unverändert bleibt.

Durch die Gleichungen (3-6) - (3-10) sind die Preissysteme p_*, q_*, s_*^k im allgemeinen Rahmen bestimmt. In den einzelnen Kapiteln des folgenden zweiten Teils werden die das jeweilige Second-Best-Problem ausmachenden Nebenbedingungen konkretisiert. Ihre Funktionalmatrizen $\frac{\partial C}{\partial x^i}$, $\frac{\partial C}{\partial y^l}$, $\frac{\partial C}{\partial z^k}$ müssen dann nur noch in die soeben ermittelten allgemeinen Gleichungen eingesetzt werden, um konkrete problembezogene Aussagen und Interpretationen ableiten zu können.

Bei abnehmenden Skalenerträgen im privaten Produktionssektor können statt der hier gewählten Güter- bzw. Faktormengen genausogut die Preise und Einkommen als Kontrollvariablen des gesellschaftlichen Optimierungsproblems gewählt werden. Wenn

$$D(p_*;\ \tilde{I}^1,\dots,\tilde{I}^m; q_*; s_*^1,\dots,s_*^w) = 0$$

---

[1] Vgl. BRONSARD [11, 25/26].

[2] Z.B. bei SAMUELSON [90, 377/378], KATZNER [49, 49], BRONSARD [11, 33].

die allgemeine Form der von Preisen und Einkommen abhängigen zusätzlichen Nebenbedingungen ist, wäre der entsprechende Optimierungsansatz[1]

$$\max \quad W(v^1,\ldots,v^m)$$

$$\text{u.d.N.} \quad \sum_{i \in M} x^i(p_*,\tilde{I}^i) - \sum_{l \in V} y^l(q_*) - \sum_{k \in W} z_*^k(s_*^k) = 0$$

$$D(p_*;\tilde{I}^1,\ldots,\tilde{I}^m;q_*;s_*^1,\ldots,s_*^w) = 0 \,.$$

BRONSARD[2] zeigt, daß dieser Ansatz und das Optimierungsproblem (3-1) unter Berücksichtigung von (3-2) in dem Sinne äquivalent sind, daß die jeweiligen Bedingungen erster Ordnung durch Ausnutzen bestimmter Dualitätsbeziehungen ineinander überführt werden können.
Bei konstanten Skalenerträgen kann der zuletzt angegebene Ansatz allerdings nicht verwendet werden, da dann -wie erwähnt- die Angebotsfunktionen der privaten Unternehmen mengenwertige Funktionen sind und ihre Funktionalmatrizen nicht (überall) existieren. Aus diesem Grund wurden hier auch die Güter- bzw. Faktormengen als Kontrollvariablen gewählt.

Die ein Pareto-Optimum charakterisierenden Bedingungen erhält man im übrigen, wenn der den zusätzlichen Beschränkungsgleichungen zugeordnete Vektor der LAGRANGE-Multiplikatoren μ gleich Null gesetzt wird. Aus den Gleichungen (3-6) - (3-10) ist ersichtlich, daß dann

$$p_* = q_* = s_*^1 = \ldots = s_*^w$$

gilt. Die optimalen Schattenpreise sind im Pareto-Optimum mit den Konsumentenpreisen (und den Produzentenpreisen) identisch. Diese Übereinstimmung und die daraus abzuleitende Schlußfolge-

---

[1] Dabei ist $v^i = v^i(p_*,\tilde{I}^i)$ die <u>indirekte</u> Nutzenfunktion des i-ten Haushalts.

[2] Vgl. BRONSARD [11, 124 ff].

rung, daß die Manager der öffentlichen Unternehmen das zu realisierende Produktionsprogramm so bestimmen sollen, daß Grenzkosten bzw. Grenzraten der (technischen) Substitution gleich den jeweiligen Marktpreisen der Endprodukte bzw. Produktionsfaktoren sind, wird in der Literatur als "Grenzkosten-Preis-Regel" bezeichnet. Diese Regel wurde nachdrücklich schon von HOTELLING im Jahre 1938[1] vertreten und bildete Ausgangs- und Mittelpunkt der sogenannten "marginal cost controversy". Eine Wiedergabe dieser Kontroverse ist an dieser Stelle nicht nur deswegen überflüssig, weil es genügend Literaturübersichten gibt[2], sondern auch aus dem Grund,weil sich ihr eigentlicher Kern auf wenige Sätze reduzieren läßt: Unter der Voraussetzung, daß die in der sozialen Wohlfahrtsfunktion zum Ausdruck kommenden Verteilungsurteile auch die gesellschaftlich relevanten sind und die einzigen Nebenbedingungen in der Einhaltung der durch die 'Faktorfunktionen' angegebenen technischen Restriktionen und der Marktgleichgewichtsbedingungen bestehen - unter der Voraussetzung also, daß die Allokation der Ressourcen Pareto-optimal ist -,gilt die "Grenzkosten-Preis-Regel" - und zwar ohne Einschränkung. Bei zunehmenden Skalenerträgen in den öffentlichen Unternehmen werden dann natürlich Defizite realisiert, die durch Pauschalsteuern zu decken sind. Sind dagegen zusätzliche Nebenbedingungen irgendeiner Art zu berücksichtigen, z.B. Kostendeckung der öffentlichen Unternehmen, ist eine vergleichbar allgemeingültige Aussage nicht mehr möglich. Vielmehr müssen die in die Analyse einzubeziehenden Nebenbedingungen genau konkretisiert werden. Ein Vergleich der Gleichungen (3-6) bzw. (3-7) mit (3-10) zeigt allerdings, daß in Second-Best-Modellen kaum mit der Übereinstimmung von p_* und s_*^k für alle $k \in W$ zu rechnen ist, die "Grenzkosten-Preis-Regel" in der Regel also nicht gültig ist.

---

[1] Vgl. HOTELLING [45].

[2] Vgl. etwa RUGGLES [88] ; FARELL [28], LITTLE [59, Kap. XI]; ROLLE [86], COASE [13].

Im Hinblick auf das im vorigen Kapitel erläuterte Verfahren zur Bestimmung der optimalen Produktionsprogramme öffentlicher Unternehmen ist diese "Grenzkosten-Preis-Regel" insofern ein Spezialfall, als die gesuchten Schattenpreise dann ganz bestimmte Werte annehmen - eben die der entsprechenden Marktpreise.

Zum Schluß dieses Kapitels soll noch auf die (hinreichenden) Bedingungen zweiter Ordnung für ein Maximum des allgemeinen Second-Best-Problems eingegangen und aufgezeigt werden, daß im allgemeinen Fall, d.h. ohne Spezifikation der Nutzenfunktionen, Produktionsfunktionen und der 'zusätzlichen' Nebenbedingungen, keine zuverlässigen Aussagen darüber gemacht werden können, ob die Zielfunktion bei dem ermittelten Lösungsvektor auch tatsächlich ein Maximum annimmt. Auf dieses Problem wird in der Literatur kaum eingegangen.[1]
Beschränkt man sich auf das Ein-Haushalt-Modell (eine Verallgemeinerung ist ohne Schwierigkeiten möglich) sind in den im Anhang A-3-II angegebenen (hinreichenden) Bedingungen zweiter Ordnung für ein Maximum von u(x) die Matrizen
$\frac{\partial^2 C}{(\partial x)^2}$, $\frac{\partial^2 C}{(\partial y^1)^2}$, $\frac{\partial^2 C}{(\partial z^k)^2}$ zu berücksichtigen.
Zur Bewertung dieser Matrizen sind aber dann Informationen über die <u>dritten Ableitungen</u> der Nutzen- und/oder Produktionsfunktionen (bzw. über die Krümmungseigenschaften der Nachfrage- und/oder Angebotsfunktionen) erforderlich, wenn zumindest ein Preisvektor in die konkrete Form der zusätzlichen Nebenbedingung eingeht.
Das kann am einfachsten an einem Beispiel verdeutlicht werden. Und zwar wird angenommen, daß der Staat z.B. zwecks Bereitstellung einer bestimmten Menge von Kollektivgütern das dazu notwendige Steueraufkommen $\bar{T}$ durch Erhebung von Verbrauchsteuern realisiert, daß also gilt

$$C(x;y^1,\dots,y^w;z^1,\dots,z^w) = [p_*(x)-q_*(y^w)]'x_*-\bar{T} = 0.$$

[1] Eine Ausnahme bildet GREEN [38].

In diesem konkreten Beispiel ist[1]

$$\frac{\partial^2 C}{(\partial x)^2} = \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(x_*' \frac{\partial p_*}{\partial x}\right) + \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p'}{\partial x}\right]$$

und

$$\frac{\partial^2 C}{(\partial y^w)^2} = \frac{\partial}{\partial y^w}\left(x_*' \frac{\partial q_*}{\partial y^w}\right) .$$

Zur Bewertung der Differentialquotienten $\frac{\partial p_k}{\partial x_i \partial x_j}$ bzw. $\frac{\partial q_k}{\partial y_i^w \partial y_j^w}$ in diesen Matrizen sind nach (2-1) bzw. (2-6) aber, wie erwähnt, Informationen über die dritten Ableitungen der Nutzen- bzw. Produktionsfunktionen notwendig. Darüber werden in der Nachfrage- bzw. Produktionstheorie in der Regel jedoch keine Aussagen mehr gemacht, so daß die Maxima unter den Extremwerten der Zielfunktion in Second-Best-Modellen im allgemeinen Fall eben nicht bestimmt werden können. Die Bedeutung der hier zu treffenden Annahme, daß nur solche Lösungsvektoren betrachtet werden, für die die (hinreichenden) Bedingungen zweiter Ordnung für ein Maximum des gesellschaftlichen Optimierungsproblems erfüllt sind, dürfte damit klargestellt sein.

Einige Bemerkungen zu den Bedingungen zweiter Ordnung in First-Best-Modellen sind vielleicht aufschlußreich. Im Anhang A-3-III wird gezeigt, daß ein Maximum dann vorliegt, wenn gilt

$$(3\text{-}14) \quad dx_*'\left[-\frac{\delta p_*}{\delta x_*}\right]dx_* > \sum_{l\in V} dy_*^{l'} H(f^l) dy_*^l + \sum_{k\in W} dz_*^{k'} H(g^k) dz_*^k .$$

Die Matrizen $\left[-\frac{\delta p_*}{\delta x_*}\right]$ und $H(g^k)$ sind positiv definit, $H(f^l)$ ist negativ semidefinit. Interpretiert man die rechte Seite

---

[1] Dabei ist natürlich $\nabla p_0 = 0$.

der letzten Ungleichung - etwas oberflächlich - als die in der Volkswirtschaft insgesamt herrschenden Skalenerträge, sieht man, daß die gesellschaftliche Wohlfahrt ein Maximum durchaus auch dann annehmen kann, wenn die Menge der Produktionsmöglichkeiten für die Volkswirtschaft insgesamt konkav ist.[1]
Insbesondere können also im privaten Produktionssektor konstante und im öffentlichen Sektor zunehmende Skalenerträge vorliegen, ohne daß dadurch a priori die Annahme eines Maximums der Zielfunktion unmöglich wäre.
Der Beweis der Existenz eines Gleichgewichts und die Untersuchung seiner Stabilitätseigenschaften erfordern kompliziertere mathematische Methoden[2] und werden in dieser Arbeit nicht behandelt. Das ist sicherlich unbefriedigend, in der Literatur aber durchaus üblich.

[1] ... und Ecklösungen ausgeschlossen sind.
[2] Vgl. dazu z.B. ARROW/HAHN [1].

TEIL II Optimale Schattenpreise für öffentliche Güter

Ausgangspunkt dieses Teils der Arbeit ist, wie schon erläutert, das Problem, optimale Produktionsprogramme der öffentlichen Unternehmen durch einen dezentralisierten Entscheidungsprozeß zu realisieren. In dem oben skizzierten Rahmen und aufgrund der dort angestellten Überlegungen heißt das, daß geeignete Schattenpreisvektoren zu ermitteln sind, die den Managern der öffentlichen Unternehmen mit der Auflage vorgegeben werden, die Profite der einzelnen Unternehmen bei den jeweils gegebenen Schattenpreisen zu minimieren. Erwähnt und bewiesen wurde schon, daß diese Schattenpreise auf alle Fälle dann mit den Marktpreisen identisch sind, wenn die Allokation der Ressourcen Pareto-optimal ist. Jedes (tatsächliche) Defizit der öffentlichen Unternehmen muß dann durch Pauschalsteuern gedeckt werden. Dieser Fall wird allerdings in den folgenden Kapiteln dadurch ausgeschlossen, daß bestimmte institutionell und/oder politisch begründete und (vermeintlich) unveränderbare Beschränkungen hinsichtlich der Realisierungsmöglichkeit eines Defizits der öffentlichen Unternehmen und/oder der Verfügbarkeit des finanzpolitischen Steuerinstrumentariums berücksichtigt werden.

Kapitel 4: Budgetbeschränkungen für öffentliche Unternehmen bei Erhebung von Pauschalsteuern[1]

Unterstellt wird, daß die staatlichen Entscheidungsträger z.B. aus wahltaktischen oder anderen (angeblich) zwingenden Gründen

[1] Die Problemstellung dieses Kapitels wurde zuerst von BOITEUX [10] untersucht. Zitierenswert ist die Einschätzung dieses Artikels durch KOLM [54, 432]: BOITEUX's "étude est une extraordinaire leçon et démonstration de ce maniement: les passages aisés du primal au dual, l'utilisation de résultats de ROY, SAMUELSON et HICKS qu' on aurait pu croire destinés pour l'éternité au musée des belles-oevres économiques, la pénétration pour déceler les structures remarquables des résultats, resteront un exemple unique pour les générations d'économistes à venir"; kurzum: "... l'un des meilleurs articles d'économie politique jamais écrits."
Vgl. ferner DREZE [26], KOLM [51], BRONSARD [11, 150 ff].

der Meinung sind, daß entweder jedes einzelne der öffentlichen Unternehmen oder der staatliche Produktionssektor insgesamt ein bestimmtes Defizit nicht überschreiten darf. Zur Durchsetzung der bei diesem Defizit optimalen staatlichen Güterproduktion stehen lediglich Pauschalsteuern zur Verfügung[1], so daß der Konsumentenpreisvektor mit dem Produzentenpreisvektor (der privaten Unternehmen[2]) übereinstimmt, also

$$p_* = q_* \tag{4-1}$$

gilt.

Ein kurzer Überblick über den Inhalt dieses Kapitels soll vorangestellt werden. Nach der Ableitung der optimalen Schattenpreisvektoren wird eine nähere Charakterisierung dieser Preisvektoren gegeben, die zugleich ein Kriterium zur Prüfung der Frage liefert, ob ein bestehendes Gleichgewicht auch das bestmögliche ist. Der besondere Wert dieses Kriteriums besteht darin, daß es Informationen über die optimalen Schattenpreisvektoren vermittelt und finanzpolitische Handlungen ermöglicht, ohne daß das genaue Second-Best-Gleichgewicht bekannt, d.h. das gesellschaftliche Maximierungsproblem (numerisch) gelöst ist. An Hand vereinfachender Annahmen wird ferner das Verhalten der öffentlichen Unternehmen bezüglich der Festsetzung des Produktionsprogramms mit dem eines profitmaximierenden privaten Monopolisten verglichen. Die vereinfachenden Annahmen werden dabei so getroffen, daß eine graphische Darstellung möglich ist.

Das tatsächliche Defizit (oder ggf. auch Gewinn) des k-ten öffentlichen Unternehmens ergibt sich aus der Bewertung der

---

[1] In Second-Best-Modellen ist es generell nicht ausgeschlossen, daß z.B. die nicht allokationsneutrale indirekte Steuer der allokationsneutralen Pauschalsteuer vorzuziehen ist.

[2] Im privaten Produktionssektor werden in diesem Kapitel durchweg abnehmende Skalenerträge unterstellt.

eingesetzten Faktor- und der hergestellten Gütermengen mit den auf den jeweiligen Märkten gezahlten bzw. erzielten Preisen; wegen (4-1) also aus $p'z^k$.

Zuerst soll nun der Fall behandelt werden, daß die Budget- oder Defizitbeschränkung nur für den öffentlichen Produktionssektor insgesamt gilt. Definiert man zur Vereinfachung der Schreibweise $X = \sum_{i \in M} x^i$, $Y = \sum_{l \in V} y^l$, $Z = \sum_{k \in W} z^k$, ist als zusätzliche Beschränkungsgleichung

(4-2) $p'Z \geq b$

zu berücksichtigen, wobei b das vorgegebene maximal zulässige Defizit ist ($b<0$). Der Betrag von b beeinflußt zwar den Wert der Gleichgewichtslösung, nicht aber ihre qualitative Struktur. Die Problemstellung umfaßt also durchaus auch den Fall, daß die öffentlichen Unternehmen gerade ihre Kosten decken ($b=0$) oder sogar einen bestimmten Mindestgewinn erwirtschaften sollen ($b>0$). Da alle Märkte annahmegemäß geräumt werden und die Budgets der privaten Wirtschaftssubjekte ausgeglichen sind, folgt aus dem WALRAS-Gesetz, daß auch im öffentlichen Sektor Einnahmen und Ausgaben übereinstimmen[1]: Multiplikation der Marktgleichgewichtsbedingungen (2-13) mit p' liefert nämlich

$$p'X - p'Y - p'Z = 0 \quad .$$

Die Differenz der gesamten (Pauschal-) Haushaltsnettoeinkommen ($p'X$) und der gesamten an die privaten Haushalte ausgeschütteten Gewinne ($p'Y$) gibt gerade die zu zahlenden Pauschalsteuern an, die dem tatsächlich realisierten Defizit ($p'Z$) der öffentlichen Unternehmen entsprechen.

Da in diesem und den folgenden Kapiteln nur die Effizienzaspekte betrachtet werden, wird eine Ein-Haushalt-Ökonomie zugrunde gelegt. Auf den ausschließlich heuristischen Charakter

---

[1] Vgl. DIAMOND/MIRRLEES [23; 14].

dieses Vorgehens soll noch einmal hingewiesen werden.

Die Gleichungen (4-1), (4-2) stellen die spezielle Form der durch (3-2) allgemein angegebenen zusätzlichen Nebenbedingungen eines Second-Best-Modells dar. Dabei grenzt (4-1) das verfügbare Steuerinstrumentarium ein, (4-2) gibt die politisch begründete Budgetbeschränkung an.
Die Preisvektoren in diesen Gleichungen sind eine Funktion der jeweiligen Mengen, also $p_*=p_*(x)$ und $q_*=q_*(y^1)=. . .=q_*(y^V)$.
Die Funktionalmatrizen der inversen Angebotsfunktion $q_*(y^l)$ sind im allgemeinen zwar für jedes $l\in V$ unterschiedlich, man prüft aber leicht nach, daß es gleichgültig ist, mit welcher inversen Angebotsfunktion in (4-1) gearbeitet wird. Hier soll $q_*=q_*(y^V)$ genommen werden.
Gegen Ende des Kapitels wird gezeigt, daß es sinnvoll ist, genau das maximal zulässige Defizit (bzw. den vorgegebenen Mindestgewinn) zu realisieren, so daß in (4-2) nur das Gleichheitszeichen relevant ist.
Nebenbedingung des hier behandelten Problems des Zweitbesten ist dann das Gleichungssystem

$$C(x,y^1,\dots,y^V,z^1,\dots,z^W) = \begin{bmatrix} p_*(x) - q_*(y^V) \\ \\ p(x)'Z - b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \\ 0 \end{bmatrix} .$$

Bildet man die relevanten Funktionalmatrizen und setzt diese in die Gleichungen (3-7), (3-8) und (3-10) ein, folgt nach den im Anhang A-4-I wiedergegebenen mathematischen Manipulationen die Gleichung

$$\text{(4-3)} \qquad s_*^{k'} = p_*' + \sigma_1 Z_*' \left[\frac{\delta x_*}{\delta p_*} - \frac{\partial Y_*}{\partial q_*} \right]^{-1} \qquad \forall\ k\in W,$$

wobei $\sigma_1 = \frac{\mu_{n+1}}{1+\mu_{n+1}}$ und μ_{n+1} der der Nebenbedingung (4-2) zugeordnete LAGRANGE-Multiplikator ist.

Nach Eliminierung von σ_1 verbleiben (wn-1) Gleichungen, die zusammen mit den (w+v+1)(n+1) Nachfrage- bzw. Angebotsfunktionen der einzelnen Wirtschaftssubjekte, den (n+1) Marktgleichgewichtsbedingungen und den (n+1) 'zusätzlichen' Nebenbedingungen die [1+n(2+w)+(w+v+1)(n+1)] Variablen p_*, q_*, s_*^k, L, x, y^l, z^k des Systems bestimmen.[1]

Die rechte Seite von (4-3) ist von k unabhängig, so daß als erstes Ergebnis festgehalten werden kann:

Theorem 4-1

Die Schattenpreisvektoren stimmen für alle öffentlichen Unternehmen überein, wenn die Budgetbeschränkung für den gesamten öffentlichen Produktionssektor gilt.

Das bedeutet in diesem Modellrahmen u.a., daß, wenn der Schattenpreis für den Verkauf einer Tonne Kohle in einem staatlichen Bergwerk um einen bestimmten DM-Betrag unter dem tatsächlich zu zahlenden Marktpreis liegt, andere öffentliche Unternehmen, die Kohle z.B. zur Gewinnung von Energie einsetzen, die Tonne ebenfalls zu einem um diesen DM-Betrag unter dem Einkaufspreis liegenden Preis verrechnen sollten. Die genaue Kenntnis dieses einheitlichen Schattenpreisvektors $s_* = s_*^k$ ($\forall$ k$\in$W) setzt allerdings die Lösung des allgemeinen Gleichgewichtssystems voraus. Der damit verbundene Informationsbedarf - u.a. müssen die einkommenskompensierten Nachfrage- und die Angebotselastizitäten bekannt sein - ist allerdings beträchtlich und kann nicht unbedingt vorausgesetzt werden. Von besonderem finanzpolitischem Interesse sind deshalb Aussagen oder Regeln, die eine nähere Charakterisierung des (bestmöglichen) Schattenpreisvektors erlauben, ohne die genaue Kenntnis der Gleichgewichtslösung vorauszusetzen. So gibt das folgende Theorem

---

[1] Die Variable I wurde schon eliminiert. Sonst müßte noch die Gleichheit von I und den von den Unternehmen gezahlten (Pauschal-) Einkommenszahlungen berücksichtigt werden.

ein vergleichsweise einfaches Kriterium zur Prüfung der Frage an, ob der gewählte Schattenpreisvektor s_* auch der bestmögliche ist. Es gilt nämlich das

Theorem 4-2

Im Second-Best-Optimum bewirkt eine zur Differenz zwischen Markt- und Schattenpreisvektor proportionale Änderung des Marktpreisvektors (kompensierende Einkommenszahlungen vorausgesetzt) eine entgegengerichtete, aber ebenfalls proportionale Änderung der von den öffentlichen Unternehmen (per saldo) produzierten und (abgesehen von Arbeit) eingesetzten Güter.

Der Beweis dieses Theorems findet sich im Anhang A-4-II.

Das Theorem wurde zuerst von BOITEUX[1] formuliert und bewiesen, ohne daß dieser allerdings angeben konnte, daß die unterstellte Änderung des Marktpreisvektors und die relative Änderung von Z_* unterschiedliche Vorzeichen haben. Die von BOITEUX abgeleitete Verhaltensregel besteht außerdem in der Maximierung der Profite bei dem gegebenen Schattenpreisvektor. Der Unterschied zu der in dieser Arbeit erhaltenen Vorschrift: Minimierung der (Schatten-) Profite ist wohl darauf zurückzuführen, daß BOITEUX nur die Bedingungen erster Ordnung für ein Unternehmensgleichgewicht der öffentlichen Unternehmen betrachtet und ferner nicht explizit (vermutlich aber implizit[2]) von zunehmenden Skalenerträgen im staatlichen Produktionssektor ausgeht.

Theorem 4-2 liefert, wie erwähnt, prinzipiell ein Kriterium zur Prüfung der Frage, ob der aktuelle Gleichgewichtszustand bzw. der dieser Situation entsprechende Schattenpreisvektor auch der unter den gegebenen Umständen bestmögliche ist. Das ist offensichtlich dann der Fall, wenn die im Theorem konkretisierte Störung zu der angegebenen Änderung der von den

---

[1] Vgl. BOITEUX [10].

[2] Zumindest wird das in der Sekundärliteratur angenommen; vgl. z.B. MARCHAND [67, 507 Fn. 5].

öffentlichen Unternehmen (per saldo) produzierten und (bis auf Arbeit) eingesetzten Güter führt. Vom finanzpolitischen Standpunkt kommt diesem Theorem aber so lange keine allzu große Bedeutung zu, als nicht angegeben werden kann, wie die verursachende relative Preisänderung durch eine Änderung der im staatlichen Einflußbereich liegenden Variablen induziert werden kann.
Die Lösung dieser für den Finanzpolitiker sicherlich interessanteren Frage erhält man allerdings durch die Umkehrung des Theorems 4-2:

> Bei einer proportionalen Änderung des von den öffentlichen Unternehmen hergestellten (bzw. eingesetzten) Gütervektors Z_* muß die zur Sicherung der Nebenbedingungen des Second-Best-Problems notwendige (und sich einstellende) Preisänderung dp_* der Differenz zwischen Markt und Schattenpreisvektor proportional sein.[1]

Der Beweis verläuft wie in A-4-II, nur daß jetzt eben $dZ_* = \rho Z_*$ vorausgesetzt wird (wobei ρ konstant und aus $\mathbb{R}$ ist).

Ein (fiktives) finanzpolitisches Realisationszentrum schreibt den Managern der öffentlichen Unternehmen also eine proportionale Änderung des Gütervektors vor. Der dem Ausgangsgleichgewicht entsprechende Schattenpreisvektor ist dann optimal, wenn die auf diese Störung einsetzenden Anpassungsprozesse zu der angegebenen Änderung des Marktpreisvektors führen. Darauf hinzuweisen ist, daß mit diesem Theorem der optimale Schattenpreisvektor nicht ermittelt werden kann. Der Finanzpolitiker kann lediglich überprüfen, ob ein die Nebenbedingungen (4-1) und (4-2) erfüllendes Gleichgewicht und der in diesem Gleichgewicht realisierte Schattenpreisvektor den jeweils bestmöglichen entsprechen.

Anzumerken bleibt, daß die relative Änderung des in den öffentlichen Unternehmen eingesetzten Faktors Arbeit in der Regel

---

[1] Die in den öffentlichen Unternehmen eingesetzte Menge des Faktors Arbeit ist dabei gerade so zu variieren, daß dZ_* auch realisiert werden kann.

von derjenigen der übrigen Güter (1,...,n) abweicht. Die prozentuale Änderung der eingesetzten Arbeitsstunden ergibt sich dabei aufgrund folgender Überlegungen: Berücksichtigung der Marktgleichgewichtsbedingungen (2-13) in (A-4-10) führt nach Multiplikation mit p_* (von links) zu

$$p_*'dx_* - p_*'dY_* = -\kappa\sigma_1[p_*'x_* - p_*'Y_*] \ .$$

Totales Differential der Nutzen- bzw. Produktionsfunktionen liefert $p_*'dx_* = -dx_o$ (da du=0; vgl. auch A-4-II) bzw. $p_*'dY_* = -dY_o$ (da $p_* = -\nabla f^l \ \forall \ l \in V$); aus der Budgetgleichung des Haushalts erhält man außerdem $p_*'x_* = \tilde{I} - x_o$ und aus den aggregierten Profitgleichungen der privaten Unternehmen $p_*'Y_* = I - Y_o$ (wobei I ja der an die privaten Haushalte ausgeschüttete Gesamtgewinn ist). Damit wird die letzte Gleichung zu

$$(dx_o - dY_o) = -\kappa\sigma_1(x_o - Y_o - L)$$

und man erhält wegen $x_o - Y_o = Z_o$ [1]

$$\frac{dZ_o}{Z_o - b} = \frac{dZ_1}{Z_1} = \ldots = \frac{dZ_n}{Z_n} = -\kappa\sigma_1 \ .$$

Auf diese von der der übrigen Güter abweichende Reaktion des Faktors Arbeit hat zuerst KOLM[2] hingewiesen, der an anderer Stelle auch eine Begründung mittels graphischer Darstellung versucht.[3]

Weitere Ergebnisse erhält man, wenn spezielle Annahmen über die dem Modell zugrundeliegenden Funktionen gemacht werden.

---

[1] Vgl. auch KOLM [51, 342].

[2] Vgl. KOLM [51].

[3] Vgl. KOLM [54, 429].

Nimmt man zum Beispiel an, daß sich die Produktionsfunktionen im privaten Sektor durch

$$f^1(y_*^1) = \sum_{i \in N} f^{i1}(y_i^1)$$

präzisieren lassen[1] und die Güter 1,...,n im Konsum voneinander unabhängig sind, nach der auf HICKS zurückgehenden Definition also $\frac{\delta x_i}{\delta p_j} = 0$ für $i \neq j$, $i,j \in N$ gilt, ist $\left[\frac{\delta x_*}{\delta p_*} - \frac{\partial Y_*}{\partial p_*}\right]$ in Gleichung (4-3) eine Diagonalmatrix. Die Differenz zwischen Schatten- und Marktpreis eines Gutes ist dann

$$s_i - p_i = \sigma_1 Z_i \left(1/ \left[\frac{\delta x_i}{\delta p_i} - \frac{\partial Y_i}{\partial p_j}\right]\right) .$$

Da $\sigma_1 > 0$ und[2] $\frac{\delta x_i}{\delta p_i} < 0$ bzw.[3] $\frac{\partial Y_i}{\partial p_i} > 0$, ist der Schattenpreis größer oder kleiner als der Marktpreis, je nachdem, ob Gut i per saldo im öffentlichen Produktionssektor als Faktor eingesetzt oder als Konsum- oder Produktionsgut hergestellt wird. Nun wird insbesondere die Annahme der Unabhängigkeit im Konsum realiter nicht oder günstigenfalls für bestimmte Gütergruppen (wie Nahrungsmittel, Kleidung, Energiebedarf usw.) gegeben sein.

Allerdings scheint eine praktische Umsetzung der bisher abgeleiteten Regeln überhaupt erst nach Bildung solcher Gütergruppen möglich zu sein, da die Zahl der Güter für eine numeri-

---

[1] Das impliziert, daß Arbeit im privaten Produktionssektor der einzige Faktor ist.

[2] Vgl. z.B. HENDERSON/QUANDT [43; 41/42].

[3] Da $\partial Y_* / \partial p_*$ hier eine positiv definite Diagonalmatrix ist, müssen alle Elemente auf der Hauptdiagonalen positiv sein.

sche Lösung sonst bei weitem zu groß ist. Vom theoretischen Standpunkt ist ein solches Vorgehen jedoch selbst dann nicht unproblematisch, wenn dem Vorschlag von BOITEUX[1] folgend nur 'perfekte Substitute' zusammengefaßt werden.[2] BOITEUX selbst glaubt, daß dann bei genügender Aggregation die relevanten Elastizitäten ermittelt und die Systemgleichungen numerisch gelöst werden können. Um wirklich direkt anwendbare Preisbildungsregeln angeben zu können, müßte aber wohl auf einer ganz anderen, nachgelagerten Abstraktionsebene argumentiert werden. Daß dies auch in dem von BOITEUX skizzierten Rahmen möglich ist, zeigt u.a. die Arbeit von MARCHAND[3].

Eine interessante, wenn auch -aufgrund der zum Teil recht heroischen Vereinfachungen- mit einigen Vorbehalten aufzunehmende Interpretation der Ermittlung optimaler Produktionsprogramme und Preise in öffentlichen Unternehmen liefert der Vergleich von Gleichung (4-3) mit der Gleichgewichtsbedingung eines privaten gewinnmaximierenden Monopolisten. Alle hier wesentlichen Merkmale bleiben erhalten, wenn zur Vereinfachung angenommen wird, daß der gesamte Produktionssektor aus nur einem Monopolisten besteht, der die Güter 1,...,n ausschließlich unter Einsatz des Faktors Arbeit produziert. Der private Monopolist maximiert seinen Gewinn unter Zugrundelegung der subjektiv wahrgenommenen Nachfragefunktionen. Vorausgesetzt wird allerdings, daß diese zumindest im Unternehmensgleichgewicht mit den objektiven Nachfragefunktionen übereinstimmen.[4] Die notwendigen Bedingungen für ein Profitmaximum[5] eines privaten

---

[1] Vgl. BOITEUX [10, 233].

[2] Vgl. etwa SAMUELSON [89, 144 ff].

[3] Vgl. MARCHAND [67].

[4] Diese Annahme trifft auch NEGISHI [74], der die Existenz von Monopolen wohl erstmals in einem allgemeinen Gleichgewichtssystem berücksichtigt hat, ebenso ARROW/HAHN [1, 152]. Neben den genannten Autoren entwickelt NIKAIDO [77] (mit linearen Produktionsfunktionen) ein allgemeines Gleichgewichtsmodell unter Einbeziehung monopolistischer Konkurrenz.

[5] Während die Manager der öffentlichen Monopole die Profite bei gegebenem Schattenpreisvektor minimieren sollen, kann bei privaten Monopolen ein Profitmaximum dann realisiert werden, wenn die Steigung der Grenzertragsfunktion kleiner ist als die der Grenzkostenfunktion.

Monopolisten erhält man aus dem Maximierungsproblem (zu berücksichtigen ist, daß jetzt x=z gilt)

$$\max \quad p_*(x)'x_* + g(x_*) \quad ,$$

nämlich

$$p_*' + z_*' \frac{\partial p_*}{\partial x_*} + \nabla g' = 0' \quad .$$

Unter Verwendung der Gleichung (2-10), die jetzt allerdings als Definitionsgleichung zu interpretieren ist, hat man als Gleichgewichtsbedingung des profitmaximierenden privaten Monopolisten

$$(4\text{-}4) \qquad s_*' = p_*' + z_*' \frac{\partial p_*}{\partial x_*} \quad .$$

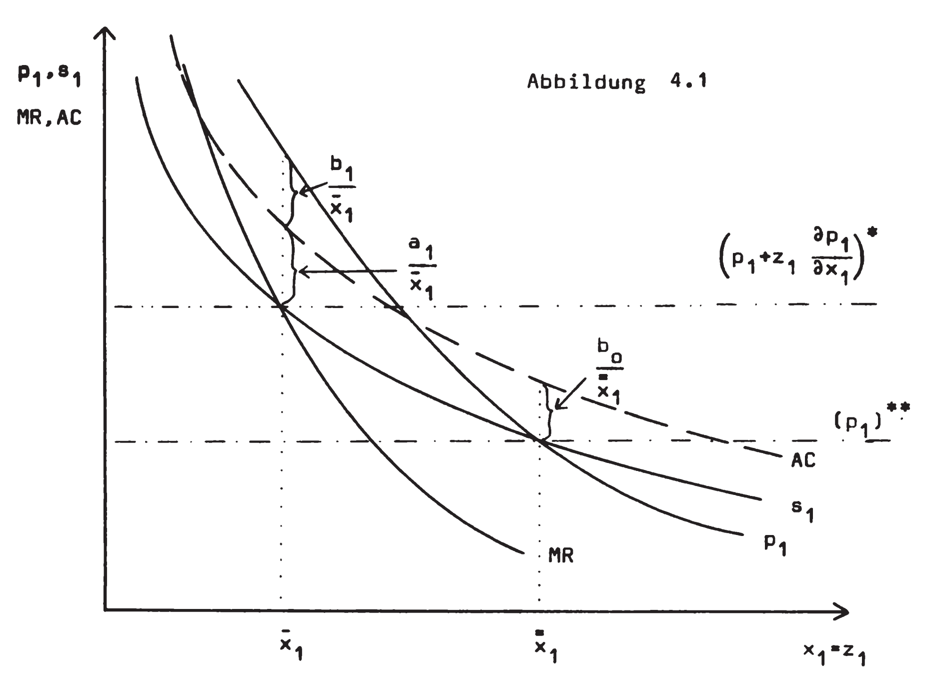
Gleichung (4-3), die unter den erwähnten Annahmen zu

$$(4\text{-}5) \qquad s_*' = p_*' + \sigma_1 z_*' \frac{\delta p_*}{\delta x_*}$$

wird, unterscheidet sich davon zum einen durch den Multiplikator σ_1, zum anderen durch die Einführung der <u>kompensierten</u> inversen Nachfragefunktionen. Der zuletzt genannte Unterschied ist allein darauf zurückzuführen, daß (4-5) im Rahmen eines allgemeinen Gleichgewichtsmodells abgeleitet wurde, während (4-4) in dem Sinne partialanalytisch ist, daß der private Monopolist nur von den subjektiv wahrgenommenen Nachfragefunktionen ausgeht und insbesondere nicht die aus der Wahl von bestimmten Preis- Mengen- Kombinationen resultierenden Einkommenseffekte berücksichtigt.
Der Faktor σ_1 ist Ausdruck der das Second-Best-Problem dieses Kapitels charakterisierenden Nebenbedingung und gibt an, wie stark die öffentlichen Unternehmen ihre Monopolmacht ausnutzen sollten, um die auferlegte Budgetbeschränkung zu erfüllen.

Für Werte von $\sigma_1(>0)$ zwischen 0 und 1 liegt der Output des öffentlichen Unternehmens genau zwischen dem im Pareto-Optimum bzw. im Profitmaximum eines privaten Monopolisten realisierten Produktionsvektor. Das kann graphisch z.B. unter der Annahme verdeutlich werden, daß nur ein einziges Gut mit nur einem variablen Input (Arbeit) produziert wird.[1]

Abbildung 4.1 gibt die graphische Ermittlung des profitmaximalen Outputs $\bar{x}_1$ wieder[2] (dabei ist $MR(x_1) = p_1 + z_1 \frac{\partial p_1}{\partial x_1}$ die Grenzertrags-, $s_1(x_1)$ die Grenzkosten- und $p_1(x_1)$ die Nachfragekurve).



(AC = durchschnittliche Kosten)

---

[1] Andernfalls müßten geeignete Annahmen bezüglich der Separabilität der Nachfrage- und Kostenfunktionen getroffen werden.

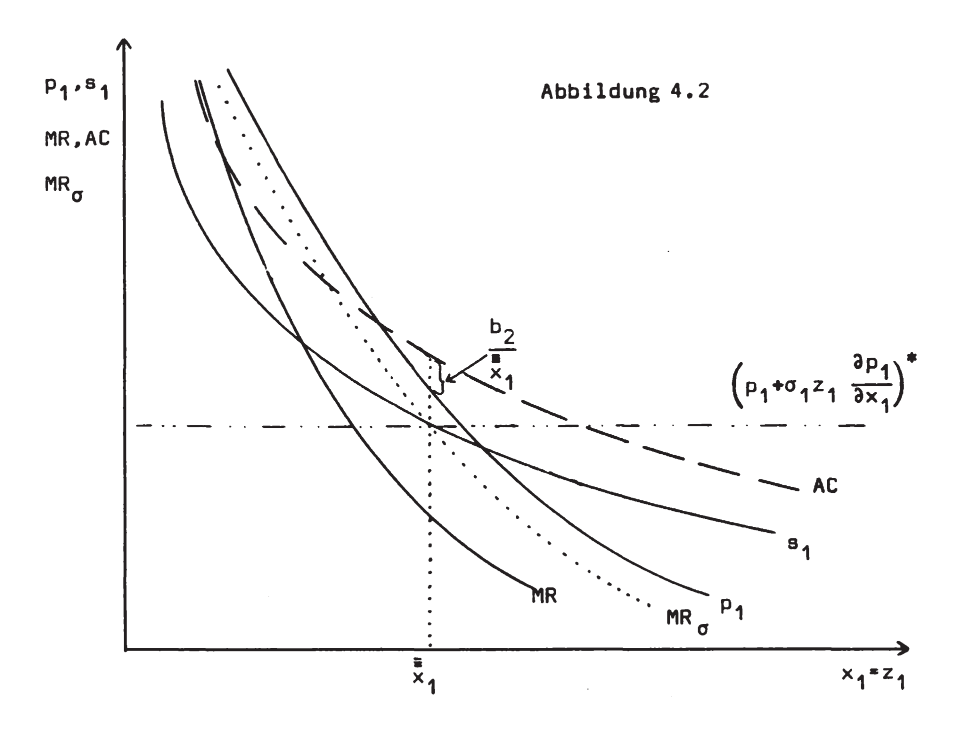
[2] Vgl. etwa HENDERSON/QUANDT [43; 212].

Würde dem öffentlichen Monopol als Nebenbedingung gerade die Realisierung des vom privaten Monopolisten erzielten Gewinns b_1 vorgegeben, wäre $\sigma_1 = 1$. Man sieht, daß der entsprechende Output $\bar{x}_1$ sowohl dann produziert wird, wenn die Profite bei vorgegebener Preis-Absatz-Funktion <u>maximiert</u> werden, als auch durch Profit<u>minimierung</u> beim vorgegebenen Preis $\left(p_1 + z_1 \frac{\partial p_1}{\partial x_1}\right)^*$ (die Grenzkostenkurve s_1 schneidet diese Preisgerade von oben!). Der fiktive Verlust ist dann a_1, der tatsächlich realisierte Gewinn natürlich b_1.

Der Pareto-optimale Output ist $\overset{\blacksquare}{x}_1$ und σ_1 damit gleich Null, so daß sich Gleichung (4-5) auf $s'_* = p'_*$ reduziert. Ein Pareto-optimaler Output des öffentlichen Unternehmens wird also dann realisiert, wenn die Manager dieses Unternehmens die Profite bei vorgegebenem $(p_1)^{**}$ <u>minimieren</u>.

Sollte nun z.B. ein Defizit in Höhe von b_2 realisiert werden (vgl. Abbildung 4.2), ist der dem entsprechenden Second-Best-Gleichgewicht entsprechende Output $\overset{\blacksquare}{x}_1$ durch den Schnittpunkt von Grenzkostenkurve s_1 und der gepunkteten Linie $MR_\sigma = p_1 + \sigma_1 z_1 \frac{\partial p_1}{\partial x_1}$ bestimmt (mit $0<\sigma<1$). Diese Kurve kann als fiktive Nachfragekurve interpretiert werden. Gewinnmaximierung bei vorgegebenem Preis $\left(p_1 + \sigma_1 z_1 \frac{\partial p_1}{\partial x_1}\right)^*$ führt dann gerade zur Produktion von $\overset{\blacksquare}{x}_1$.

Die graphische Analyse der Abbildung 2 verdeutlicht die Möglichkeit eines anderen, allerdings umständlicheren Vorgehens zur Bestimmung des optimalen Outputs in diesem Second-Best-Modell. Grundsätzlich könnte man nämlich die gepunktete Linie auch als fiktive Grenzertragskurve interpretieren und aus ihr die zugehörige fiktive Nachfragefunktion ermitteln. Offensichtlich würde dann Gewinn<u>maximierung</u> unter Zugrundelegung dieser fiktiven Preis-Absatz-Funktion ebenfalls zur Produktion von $\overset{\blacksquare}{x}_1$ führen. Das in dieser Arbeit gewählte Vorgehen ist aber sicherlich einfacher und nach diesen Bemerkungen vielleicht auch besser vorstellbar.



Zu zeigen bleibt noch die auf S.43 aufgestellte Behauptung, daß es sinnvoll ist, genau das maximal zulässige Defizit (bzw. genau den vorgegebenen Mindestgewinn) zu realisieren. Man kann zeigen, daß, wenn die Ungleichung (4-2), also $p'Z - b \geq 0$, als Nebenbedingung in das Maximierungsproblem eingeht (und bestimmte Bedingungen erfüllt sind[1]), der zugehörige LAGRANGE-Multiplikator größer oder gleich Null ist[2], im oben konkretisierten Modellrahmen heißt das $(-\mu_{n+1})>0$.

[1] Vgl. z.B. PANIK [78, 248].

[2] Vgl. z.B. Theorem 12.3 bei PANIK [78, 248]; oder TAKAYAMA [100, 93] für den Fall, daß bei einigen Nebenbedingungen das Gleichheitszeichen, bei anderen ein Ungleichheitszeichen gilt.

Nun gibt, wie schon auf S.24 erwähnt, der LAGRANGE-Multiplikator ja gerade die Wirkung einer Änderung des zulässigen Defizits auf den maximalen Wert der Zielfunktion, das Nutzenniveau u*, an, d.h. es ist[1]

$$\frac{du^*}{db} = \mu_{n+1} < 0 \ .$$

Das Wohlfahrtsniveau kann also durch eine Senkung von b (d.h. Realisierung eines größeren Defizits oder niedrigeren Gewinns) solange erhöht werden, bis in der Nebenbedingung (4-2) das Gleichheitszeichen gilt. Im Pareto-Optimum ist $\mu_{n+1} = 0$ und damit auch $\frac{du^*}{db} = 0$.

Dieses Ergebnis ist zwar schon intuitiv einleuchtend, gerade in Second-Best-Modellen erwies sich die "ökonomische Intuition" allerdings schon oft als irreführend - und mußte nach Ableitung eines gesicherten Ergebnisses gedanklich neu erarbeitet werden.

Zum Schluß dieses Kapitels soll noch kurz der Fall behandelt werden, daß jedem der öffentlichen Unternehmen eine unterschiedliche Budgetbeschränkung vorgegeben wird, dem k-ten Unternehmen gerade b^k.

Die Nebenbedingung des so modifizierten Second-Best-Problems ist dann

$$C(x, y^1, \ldots, y^v, z^1, \ldots, z^w) = \begin{bmatrix} p_*(x) - q_*(y^v) \\ p(x)'z^1 - b^1 \\ \cdots\cdots \\ p(x)'z^w - b^w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} .$$

Die vorzunehmenden mathematischen Manipulationen zur Ableitung der Schattenpreisvektoren s_*^k bleiben gegenüber oben in

[1] Zu dieser Interpretation des LAGRANGE-Multiplikators vgl. z.B. PANIK [78, 205 ff und 225].

ihrer Struktur unverändert, so daß es legitim erscheint, sich auf die Wiedergabe des der Gleichung (4-3) entsprechenden Systems[1]

$$(4\text{-}6) \qquad s_*^{k'} = p_*' - \frac{1}{\mu_{n+k}} \sum_{j \in W} \mu_{n+j} \, z_*^{j'} \left[\frac{\delta x_*}{\delta q_*} - \frac{\partial Y_*}{\partial q_*} \right]^{-1} \qquad \forall \; k \in W$$

zu beschränken.
Die Schattenpreisvektoren sind jetzt für jedes Unternehmen unterschiedlich, die Produktion im öffentlichen Sektor also ineffizient. Das liegt natürlich daran, daß für jedes öffentliche Unternehmen eine unterschiedliche Beschränkungsgleichung zugrunde gelegt wurde. Bezieht sich die zusätzliche Nebenbedingung auf den gesamten öffentlichen Produktionssektor, ist entsprechend zu erwarten, daß effizient produziert wird.
Im zuerst genannten Fall gilt allerdings das

Theorem 4-3

Für je zwei Güter ist das Verhältnis der jeweiligen Differenz von Markt- und Schattenpreis in allen öffentlichen Unternehmen identisch.

Betrachtet man nämlich jeweils zwei Komponenten aus (4-6), folgt

$$\frac{p_i - s_i^k}{p_j - s_j^k} = \frac{p_i - s_i^w}{p_j - s_j^w} \qquad \forall \; k \neq w, k, w \in W \qquad \forall \; i, j \in N.$$

BOITEUX [10] leitet zur Charakterisierung der bestmöglichen Schattenpreisvektoren für die einzelnen öffentlichen Unternehmen eine ähnliche Regel wie die auf S.45 angegebene ab. Auf deren Wiedergabe soll hier allerdings verzichtet werden, da der zusätzliche Erkenntnisgehalt gering erscheint.

---

[1] μ_i ist wieder der der i-ten Nebenbedingung zugeordnete Multiplikator.

Kapitel 5: Deckung der Defizite der öffentlichen Unternehmen durch Verbrauchsteuer[1]

Bei gegenüber dem vorigen Kapitel unveränderter Modellstruktur[2] wird jetzt angenommen, daß der Staat keine Pauschalsteuern erheben kann und Defizite der öffentlichen Unternehmen durch die Erhebung von indirekten Steuern auf die von den privaten Unternehmen angebotenen Konsumgüter gedeckt werden.

Der Verzicht auf die Verwendung der in der realen Welt kaum praktikablen Pauschalsteuer ist vom finanzpolitischen Standpunkt aus sicherlich sinnvoll - auch wenn in einer Ein-Haushalt-Ökonomie einer solchen Besteuerung keine grundsätzlichen Schwierigkeiten entgegenstehen.

Im ersten Abschnitt des Kapitels wird außerdem angenommen, daß Preisdifferenzierung zwischen den privaten Unternehmen und den privaten Haushalten für die öffentlichen Güter möglich ist. Bezeichnet man die von privaten bzw. öffentlichen Unternehmen angebotenen Konsumgüter mit x_*^{pr} bzw. x_*^{st} - es gilt also $x_*' = [x_*^{pr'}, x_*^{st'}]$ - und zerlegt alle anderen Preis- und Mengenvektoren analog, ist das Defizit des gesamten öffentlichen Produktionssektors gegeben durch

$$(5\text{-}1) \qquad p_*^{st'} x_*^{st} - q_*^{st'} Y_*^{st} + Z_o + q_*^{pr'} Z_*^{pr}$$

und das Aufkommen aus der Verbrauchsteuer durch $t_*^{pr'} x_*^{pr}$. In (5-1) bezeichnet $p_*^{st'} x_*^{st}$ die von den privaten Haushalten und $(-q_*^{st'} Y_*^{st})$[3] die von den privaten Unternehmen bezogenen Er-

[1] Einige Theoreme und Interpretationen dieses Kapitels gehen auf Sätze zurück, die - entsprechend modifiziert - aus der Literatur über optimale indirekte Steuern übernommen wurden, vgl. vor allem GREEN [38] sowie WIEGARD [106] und die dort angegebene Literatur.

[2] Allerdings wird in diesem Kapitel explizit unterstellt, daß die Mengen der von den privaten bzw. öffentlichen Unternehmen angebotenen Güter disjunkt sind.

[3] Zu erinnern ist noch einmal an die Vorzeichenkonvention für Produktionsfaktoren.

löse der öffentlichen Unternehmen aus dem Verkauf der öffentlichen Güter; $Z_o + q_*^{pr'} Z_*^{pr}$ sind die (variablen) Produktionskosten, die sich aus der Entlohnung des Faktors Arbeit und dem Einkaufspreis der von den privaten Unternehmen erworbenen Produktionsfaktoren zusammensetzen.
Es ist nun naheliegend und aus Vereinfachungsgründen sinnvoll, auch für die öffentlichen Güter die Differenz zwischen Konsumenten- und (privatem) Produzentenpreis als indirekte Steuer pro Mengeneinheit zu interpretieren. Mit der Definition $t_*^{st} = p_*^{st} - q_*^{st}$ wird Gleichung (5-1) unter Berücksichtigung der Marktgleichgewichtsbedingungen $Z_*^{st} - x_*^{st} = -Y_*^{st}$ zu

(5-2) $$t_*^{st'} x_*^{st} + q'Z.$$

Diese Defizite der öffentlichen Unternehmen sollen mit dem Verbrauchsteueraufkommen $t_*^{pr'} x_*^{pr}$ übereinstimmen, so daß die Nebenbedingung dieses Second-Best-Problems durch

(5-3) $$C(x; y^1, \ldots, y^v; z^1, \ldots, z^w) = t_*' x_* + q'Z = 0$$

bestimmt ist. Gleichung (5-3) präzisiert analog zur Gleichung (4-1) oben das den staatlichen Entscheidungsträgern zur Verfügung stehende Steuerinstrumentarium.[1]
Untersucht wird in diesem Kapitel vor allem, unter welchen Bedingungen Markt- und Schattenpreise einander proportional sein sollten. In diesen Fällen vereinfacht sich die Ermittlung der Werte der optimalen Schattenpreise außerordentlich.

Im zweiten Abschnitt dieses Kapitels werden die optimalen Schattenpreise und Verbrauchsteuern dann unter der Annahme abgeleitet, daß Preisdifferenzierung für die in den öffentlichen Unternehmen hergestellten Güter nicht möglich ist. Als zusätzliche Nebenbedingung ist in diesem Fall

---

[1] Gleichung (5-3) impliziert zusammen mit der Budgetgleichung des Staates, daß keine Pauschalsteuern erhoben werden.

(5-4) $$C(x,y^1,\ldots,y^v,z^1,\ldots,z^w) = \begin{bmatrix} t_*^{pr'}x_*^{pr} + q'Z \\ t_*^{st} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

zu berücksichtigen.

5.1 Preisdifferenzierung für die öffentlichen Endprodukte ist möglich

Die Funktionalmatrizen der relevanten Gleichung (5-3) sind

(5-5)
$$\frac{\partial C}{\partial x} = \left[x_*' \frac{\partial p_*}{\partial x_o},\ x_*' \frac{\partial p_*}{\partial x_*} + t_*'\right], \quad \frac{\partial C}{\partial y^l} = 0' \quad \forall\, l \in \{1,\ldots,v-1\},$$
$$\frac{\partial C}{\partial y^v} = -Y_*' \frac{\partial q_*}{\partial y^v}, \quad \frac{\partial C}{\partial z^k} = q' \qquad \forall\, k \in W.$$

Eingesetzt in die Gleichungen (3-7), (3-8) und (3-10) erhält man unter Berücksichtigung der Beziehungen (A-2-7) und (3-12) die Optimalbedingungen

(5-6) $$p_*' = \gamma_*' + \mu x_*' \left[\frac{\delta x_*}{\delta p_*}\right]^{-1} + \mu t_*'$$

(5-7) $$q_*' = \gamma_*' + \mu Y_*' \left[\frac{\partial Y_*}{\partial q_*}\right]^{-1}$$

(5-8) $$s_*^{k'} = \gamma_*' - \mu[q_*-s_*^k]' \qquad \forall\, k \in W.$$

Herauszuarbeiten ist der optimale Einsatz des finanzpolitischen Instrumentariums. In diesem Kapitel sind das einerseits die optimalen Verbrauchsteuern (pro Mengeneinheit), die man aus

der Kombination der Gleichungen (5-6) und (5-7) erhält:

$$(5\text{-}9) \qquad t_*' = \sigma_2 \left\{ x_*' \left[\frac{\delta x_*}{\delta p_*}\right]^{-1} - Y_*' \left[\frac{\partial Y_*}{\partial q_*}\right]^{-1} \right\} \quad \text{mit } \sigma_2 = \frac{\mu}{1-\mu} ,$$

und andererseits die optimalen Schattenpreisvektoren für die öffentlichen Unternehmen. Je nachdem, ob sie auf den Konsumenten- oder den Produzentenpreisvektor bezogen werden, gelten die Beziehungen

$$(5\text{-}10) \qquad \begin{aligned} s_*^{k'} &= p_*' - \sigma_2 x_*' \left[\frac{\delta x_*}{\delta p_*}\right]^{-1} \\ &= q_*' - \sigma_2 Y_*' \left[\frac{\partial Y_*}{\partial q_*}\right]^{-1} \qquad \forall\ k \in W. \end{aligned}$$

Da die rechte Seite von (5-10) vom Index k unabhängig ist, gilt auch in diesem Modellrahmen, daß innerhalb des öffentlichen Produktionssektors im Optimum effizient produziert wird.

Theorem 5-1

Die Schattenpreisvektoren für die einzelnen öffentlichen Unternehmen stimmen überein, wenn ihr aggregiertes Defizit durch Verbrauchsteuern gedeckt wird.[1]

Der Schattenpreisvektor s_*^k in (5-10) kann also für alle $k \in W$ durch s_* ersetzt werden.

Außerdem zeigt die letzte Gleichung von (5-10), daß die Allokation der Ressourcen zwischen privatem und öffentlichem Produktionssektor nicht effizient ist (da $-s_* = \nabla g^k \neq \nabla f^l = -q_*$ $\forall\ l \in V, \forall\ k \in W$).

In einem Kommentar zu dem auf S.36 erwähnten Artikel von HOTELLING versuchte FRISCH[2] zu zeigen, daß in First-Best-Mo-

---

[1] Zu berücksichtigen ist, daß die Differenz zwischen Konsumenten- und Produzentenpreis für die öffentlichen Güter als Steuerbetrag pro Mengeneinheit interpretiert wurde.

[2] Vgl. FRISCH [34].

dellen nicht die Gleichheit von Marktpreis und Grenzkosten, sondern lediglich ihre Proportionalität zu fordern sei. HOTELLING stimmte dem in seiner Antwort[1] fälschlicherweise[2] zu. Proportionalität von Marktpreis und Grenzkosten öffentlicher Güter wurde auch von ALLAIS[3] postuliert; allerdings nicht aufgrund theoretischer Überlegungen, sondern mit dem Hauptargument einer einfachen praktischen Anwendbarkeit. Tatsächlich vereinfacht sich die Bestimmung des optimalen Produktionsprogramms des öffentlichen Sektors, wenn Marktpreise und Grenzkosten bzw. Grenzraten der (technischen) Substitution einander proportional sind. Interessant sind nun natürlich die Bedingungen, die diese Proportionalität sichern.
Im hier gewählten Modellrahmen kann unter der (hier erfüllten) Voraussetzung, daß die SLUTZKY-Matrix regulär ist, das folgende Theorem bewiesen werden.[4]

Theorem 5-2

Die Grenzkosten bzw. Grenzraten der (technischen) Substitution in der Produktion der öffentlichen Güter sind im Optimum der oben beschriebenen Volkswirtschaft dann und nur dann proportional zu den jeweiligen Konsumentenpreisen, wenn die kompensierten Nachfrageelastizitäten aller Konsumgüter in bezug auf den Preis des Faktors Arbeit gleich sind.

Der Beweis dieses Theorems ist im Anhang A-5-I wiedergegeben. Die Preisänderung des Numéraire-Gutes Arbeit ist dabei zu interpretieren als entgegengerichtete, gleiche relative Änderung der Preise aller anderen Güter. Entsprechend kann gezeigt werden (und auf diesen Zusammenhang wird im Beweis zurückgegriffen), daß die (kompensierte) Nachfrageelastizität eines

---

[1]Vgl. HOTELLING [46].
[2]Vgl. die Richtigstellung durch z.B. SAMUELSON [89, 240].
[3]Vgl. die Bemerkungen bei DREZE [26, 27/28].
[4]Ein ähnlicher Beweis findet sich bei GREEN [38, 373].

Gutes i in bezug auf den Preis des Gutes Arbeit gleich der (negativen) Summe der (kompensierten) Nachfrageelastizitäten in bezug auf die Preise aller anderen Güter ist: Die Nachfragefunktionen $x=x(p,\tilde{I})$ sind bekanntlich homogen vom Grade Null, so daß nach dem EULER-Theorem gilt

$$0 = \frac{\partial x}{\partial p} p + \frac{\partial x}{\partial \tilde{I}} \tilde{I}$$

$$= \left[\frac{\delta x}{\delta p} - \frac{\partial x}{\partial \tilde{I}} x'\right] p + \frac{\partial x}{\partial \tilde{I}} \tilde{I}$$

$$= \frac{\delta x}{\delta p} p \, .$$

Dividiert man die i-te Komponente dieses Vektors durch x_i, folgt die Behauptung

$$\text{(5-11)} \qquad \frac{\delta x_i}{\delta p_o} \frac{p_o}{x_i} = - \sum_{k \in N} \frac{\delta x_i}{\delta p_k} \frac{p_k}{x_i} \qquad \forall \; i \in \{0,1,\dots,n\}.$$

Zur Vereinfachung der Schreibweise wird definiert

$$\text{(5-12)} \qquad \epsilon_{ik} = \frac{\delta x_i}{\delta p_k} \frac{p_k}{x_i} \, .$$

Im folgenden wird statt mit den Grenzkosten/Grenzraten der (technischen) Substitution der öffentlichen Güter mit ihren Schattenpreisen argumentiert. Das ist möglich, da beide -wie erwähnt- im Unternehmensgleichgewicht übereinstimmen.

Falls die kompensierten Nachfrageelastizitäten in bezug auf den Preis des Faktors Arbeit gleich sind, müssen Schatten- und Konsumentenpreise der öffentlichen Güter im Second-Best-

Optimum einander also proportional sein. Damit hat der Finanzpolitiker auf alle Fälle schon einmal eine wertvolle Charakterisierung des optimalen Schattenpreisvektors. Darüberhinaus ist es durch einen "trial and error"-Prozeß möglich, den Proportionalitätsfaktor und damit die genauen Werte der Schattenpreise zu bestimmen. Wenn das Second-Best-Optimum eindeutig ist, müßte sich die Wahl eines 'falschen' Proportionalitätsfaktors aufgrund der im Theorem 5-2 genannten notwendigen und hinreichenden Bedingung nämlich in einer Verletzung der Marktgleichgewichtsbedingungen oder der Nichteinhaltung der Budgetgleichung des öffentlichen Produktionssektors niederschlagen.

Bei der Beweisführung im Anhang A-5-I ist die Bedeutung der allgemeinen Voraussetzung: Regularität der SLUTZKY-Matrix deutlich geworden. Der dadurch bedingte Ausschluß der Möglichkeit, daß $\epsilon_{ko}=0$ für alle $k \in W$ ist, kann vom ökonomischen Standpunkt aus natürlich nicht befriedigen.

Wegen $\frac{\delta x_k}{\delta p_o} = \frac{\delta x_o}{\delta p_k}$ bedeutet $\epsilon_{ko}=0 \ \forall k \in W$ im übrigen, daß das (kompensierte) Arbeitsangebot konstant ist. In dem hier gewählten Optimierungsansatz kann dieser Fall allerdings nicht untersucht werden, da die SLUTZKY-Matrix aufgrund der in Kapitel 2, Abschnitt A getroffenen Annahmen regulär ist. In Kapitel 7 wird jedoch in einem geringfügig modifizierten Modellrahmen das folgendende Theorem abgeleitet:

Theorem 5-2a

Gilt $\epsilon_{1o} = \ldots = \epsilon_{no} = 0$ und sind die Produzentenpreise konstant, ist die Proportionalität von Schatten- und Konsumentenpreisvektor hinreichende Bedingung für ein Second-Best-Optimum der oben skizzierten Volkswirtschaft.

Zum genauen Vorgehen vgl. Kapitel 7, S. 75/76 und 100.

Von einigem Interesse ist nun natürlich die Beantwortung der Frage, wann die im Theorem 5-2 genannten Voraussetzungen bezüglich der kompensierten Nachfrageelastizitäten gelten. Im Anhang A-5-II wird bewiesen das

Theorem 5-3

Hinreichende Bedingung für die Gleichheit der (kompensierten) Nachfrageelastizitäten aller Konsumgüter in bezug auf den Preis des Faktors Arbeit ist[1], daß die Nutzenfunktion des privaten Haushalts schwach separabel[2] zwischen Arbeit und den Konsumgütern und die Präferenzordnung bezüglich der letzteren homothetisch ist.

Ein Beweis dieses Theorems findet sich (wenn auch nicht explizit und in anderem Zusammenhang) bei SANDMO[3], der die Eigenschaften der entsprechenden Nachfragefunktionen ausnutzt. Im Anhang A-5-II wird allerdings direkt von den Nutzenfunktionen ausgegangen, da so interessante zusätzliche Zusammenhänge deutlich werden.

Die folgenden Beispiele[4] verdeutlichen, daß schwache Separabilität zwischen Arbeit und den Konsumgütern und Homogenität in den letzteren bei einer größeren Klasse von Nutzenfunktionen anzutreffen sind, als zunächst zu vermuten ist. Zur Vereinfachung wird $x \in \mathbb{R}^3$ vorausgesetzt.

---

[1] Da Arbeit als Numéraire-Gut gewählt wurde, ist die Preisänderung dieses Gutes als entgegengerichtete, gleiche relative Änderung der Preise aller anderen Güter zu interpretieren.

[2] Nach GOLDMAN/UZAWA [35] ist eine Nutzenfunktion schwach separabel zwischen Arbeit und den Konsumgütern 1,...,n, wenn die Grenzrate der Substitution $u_i/u_j(x)$ zwischen zwei Gütern $i,j \in N$ unabhängig von x_0 ist, also $\frac{\partial(u_i/u_j)}{\partial x_0}(x) = 0 \;\forall\; i,j \in N$ gilt.

[3] Vgl. SANDMO [95]; die von SANDMO bei dieser Klasse von Nutzenfunktionen abgeleiteten Schlußfolgerungen bezüglich der optimalen Steuersätze gelten in diesem Modellrahmen nicht, solange abnehmende Skalenerträge unterstellt werden.

[4] In allen Beispielen gilt die Vorzeichenkonvention bezüglich der Produktionsfaktoren nicht, so daß z.B. $x_0 > 0$ ist.

Die Nutzenfunktion[1]

$$u(x) = a_o x_o + a_1(b_1x_1+b_2x_2) + \frac{1}{2}[a_{oo}x_o^2 + 2a_{o1}(b_1x_1+b_2x_2)x_o + a_{11}(b_1x_1+b_2x_2)^2]$$

erfüllt (bei geeigneter Wahl des Definitionsbereichs) alle der genannten Voraussetzungen. Nach Differentiation der aus dem Maximierungsproblem des Haushalts abgeleiteten inversen Nachfragefunktionen

$$p_1 = -b_1 \frac{a_1+a_{11}(b_1x_1+b_2x_2)+a_{o1}x_o}{a_o+a_{o1}(b_1x_1+b_2x_2)+a_{oo}x_o}$$

$$p_2 = -b_2 \frac{a_1+a_{11}(b_1x_1+b_2x_2)+a_{o1}x_o}{a_o+a_{o1}(b_1x_1+b_2x_2)+a_{oo}x_o}$$

nach x_1 und x_2 sieht man leicht, daß z.B. die 5. Zeile der Beweiskette A-5-6 erfüllt ist:

$$0 = x_1\left(\frac{\partial p_1}{\partial x_1}p_2 - \frac{\partial p_1}{\partial x_2}p_1\right) + x_2\left(\frac{\partial p_2}{\partial x_1}p_2 - \frac{\partial p_2}{\partial x_2}p_1\right).$$

Die anschließend vorgenommenen Manipulationen berücksichtigen nur noch definitorische Zusammenhänge, die generell, also auch hier gelten, so daß als Ergebnis[2]

$$\eta_{11} + \eta_{12} = \eta_{21} + \eta_{22}$$

---

[1] u(x) ist eine modifizierte quadratische Nutzenfunktion. Faßt man nämlich z.B. Gut 3 als lineare Kombination der Güter 1 und 2 auf, also $x_3=b_1x_1+b_2x_2$, erhält man gerade die quadratische Nutzenfunk- für den Zwei-Güter Fall.

[2] Wobei $\eta_{ik} = \frac{\delta p_i}{\delta x_k}\frac{x_k}{p_i}$ die kompensierte Preiselastizität in bezug auf Gut k ist; vgl. Anhang A-5-I.

und nach dem im Anhang A-5-II angegebenen Lemma unter Berücksichtigung der Gleichung (5-11)

$$\epsilon_{10} = \epsilon_{20}$$

festgehalten werden kann.

Die oben angegebene Nutzenfunktion mag ungewöhnlich, jedenfalls wenig gebräuchlich sein. Nicht unmittelbar klar ist aber vielleicht, daß auch die Nutzenfunktionen vom Typ COBB-DOUGLAS, also z.B.

$$u(x) = x_0 x_1 x_2 \quad ,$$

die Voraussetzungen der erwähnten hinreichenden Bedingungen für die Gleichheit der (kompensierten) Nachfrageelastizitäten in bezug auf den Preis des Faktors Arbeit erfüllen: diese Funktionen sind sicherlich homothetisch, darüberhinaus additiv[1] und damit erst recht schwach separabel. Das gleiche gilt für alle anderen der sogenannten "BERGSON-family"[2] angehörenden Funktionen

$$u(x) = \sum_i \alpha_i x_i^b + \gamma_i \qquad 1>b\neq 0 \quad , \quad b\alpha_i>0$$

$$u(x) = \sum_i \alpha_i (\log x_i)+\gamma_i \qquad \alpha_i>0 \quad .$$

Die genannten Voraussetzungen implizieren im übrigen, daß die Elastizitäten der besteuerbaren Güter in bezug auf die Gesamt-

---

[1] Eine Präferenzordnung u(x) ist additiv, wenn eine differenzierbare Funktion F (mit F'>0) und n Funktionen $f_i(x_i)$ existieren, so daß

$$F[u(x)] = \sum_i f_i(x_i) \; .$$

Bei Nutzenfunktionen vom Typ COBB-DOUGLAS ist F die Logarithmus-Funktion.

[2] Vgl. KATZNER [49, 32].

ausgaben für diese Güter gleich Eins[1], die entsprechenden ENGEL-Kurven also Geraden durch den Ursprung sind.

Auch wenn hinreichende Bedingungen für die Gleichheit der (kompensierten) Nachfrageelastizitäten aller Konsumgüter in bezug auf den Preis des Faktors Arbeit formuliert und durch Beispiele verdeutlicht werden konnten, ist doch die Vermutung naheliegend, daß Proportionalität zwischen Grenzkosten und Marktpreisen in diesem Modellrahmen eher in Ausnahmefällen optimal sein wird.

Stimmen die (kompensierten) Nachfrageelastizitäten in bezug auf den Preis von Arbeit nicht überein, können generell gültige und leicht interpretierbare Aussagen über den optimalen Schattenpreisvektor nicht mehr ohne weiteres abgeleitet werden. Regularität der SLUTZKY-Matrix vorausgesetzt, gilt im Drei-Güter-Fall allerdings das

Theorem 5-4

> Hat Gut 1 eine niedrigere kompensierte Nachfrageelastizität in bezug auf den Preis von Arbeit als Gut 2, so ist das Verhältnis von Schatten- zu Marktpreis für Gut 1 kleiner als für Gut 2.

Zum Beweis des Theorems vgl. Anhang A-5-III.

Bestehen zwischen einem Konsumgut und dem Faktor Arbeit Komplementaritätsbeziehungen, impliziert das Theorem 5-4, daß das Verhältnis von Schatten- zu Konsumentenpreis für das zur Freizeit[2] komplementäre Gut niedriger ist.

Da diese Ergebnisse nur im Drei-Güter-, keineswegs aber im allgemeinen Fall gelten, kommt ihnen - abgesehen von einem möglichen didaktischen Wert - eine praktische Relevanz nur dann zu, wenn alle Güter in drei Gütergruppen zusammengefaßt werden können. Genau das wird zwar in einigen ökonometrischen

---

[1] Vgl. LAU [57, 394].

[2] Das Gut $(-x_0)$ kann ja gerade als Freizeit interpretiert werden.

Arbeiten gemacht[1], auf die theoretischen Einwände gegen ein solches Vorgehen wurde allerdings schon oben hingewiesen (S.49).

Unter Verwendung der weniger gebräuchlichen (kompensierten) Preiselastizitäten in bezug auf die Güter 1,...,n kann auch für den allgemeinen, d.h. n-Güter-Fall ein entsprechendes Theorem formuliert werden:

Theorem 5-5

Das Verhältnis von Schatten- und Konsumentenpreis für je zwei Konsumgüter ist für das Gut geringer, für das die Summe der (kompensierten) Preiselastizitäten in bezug auf alle Konsumgüter geringer ist.

Der Beweis folgt sofort, wenn die k-te Komponente von (5-10) durch p_k dividiert wird. Es gilt

$$\left(1- \frac{s_k}{p_k}\right) = \sigma_2 \sum_{i \in N} \frac{\delta p_k}{\delta x_i} \frac{x_i}{p_k} \qquad \forall\ k \in N$$

und damit

$$\frac{s_j}{p_j} \gtrless \frac{s_k}{p_k}, \quad \text{wenn} \quad \sum_{i \in N} \eta_{ji} \gtrless \sum_{i \in N} \eta_{ki} .$$

Für die konkretere Preisgestaltung der öffentlichen Unternehmen hat dieses Theorem, ebenso wie das zuvor abgeleitete, allerdings nur beschränkten Wert. Selbst wenn Informationen über die relevanten Preiselastizitäten vorliegen, weiß man lediglich, wie die Rangfolge der in den öffentlichen Unternehmen eingesetzten bzw. hergestellten Güter bezüglich des Verhältnisses von Schatten- und Konsumentenpreisen ist. Den

[1] Vgl. z.B. CONRAD, K., The Structure of Consumer Preferences, FRG, 1950-1973, unveröffentliches Manuskript (1976).

genauen Wert des Schattenpreisvektors kennt man damit noch nicht. Man kann günstigenfalls feststellen, daß die aktuellen Grenzkosten/Grenzraten der (technischen) Substitution nicht optimal sind und den Bereich angeben, in dem einzelne Schattenpreise im Second-Best-Optimum liegen. Zur genauen Festlegung der Schattenpreise ist die Lösung der Optimierungsaufgabe erforderlich. Allerdings bestünde dann kaum noch eine Notwendigkeit zur Ableitung der obigen Theoreme; denn deren Bedeutung besteht ja gerade darin, daß sie dem Finanzpolitiker (ggf.) Entscheidungshilfen liefern, ohne daß die genauen Gleichgewichtswerte des Second-Best-Optimums bekannt sind. Andererseits sollte die Bedeutung der bisher abgeleiteten Theoreme nicht unterschätzt werden. Immerhin werden unter bestimmten Voraussetzungen zumindest einige Anhaltspunkte für ein optimales Verhalten der staatlichen Entscheidungsträger angegeben. Und das ist sicher nicht gering einzuschätzen angesichts der Tatsache, daß auf diesen und ähnlichen Gebieten (wie z.B. der Ausgestaltung eines rationalen Steuersystems) finanzwissenschaftliche Empfehlungen - zumindest in der BRD - größtenteils spekulativen Charakter haben und günstigenfalls unter Zugrundelegung rudimentärer partialanalytischer Modelle abgeleitet wurden. Darauf wird im letzten Kapitel noch eingegangen.

Der Vollständigkeit halber soll noch die "Inverse Elastizitätsregel" angegeben und bewiesen werden:

Theorem 5-6

Sind die Kreuzpreiselastizitäten der Konsumgüter gleich Null, variiert im Optimum der oben skizzierten Volkswirtschaft die relative Differenz zwischen Schatten- und Konsumentenpreis für jedes der Güter 1,...,n proportional zur jeweiligen Preiselastizität der Nachfrage.

Dieser Satz findet sich (in ähnlicher Form) in nahezu allen neueren Literaturbeiträgen.[1] Ausgangspunkt des Beweises ist die Gleichung (A-5-1). Berücksichtigung von (3-11) führt zu

$$x_*' = \frac{1}{\sigma_2} [p_* - s_*]' \left[\frac{\partial x_*}{\partial p_*} + \frac{\partial x_*}{\partial \tilde{I}} x_*'\right] ,$$

wobei $\frac{\partial x_*}{\partial p_*}$ nach Voraussetzung eine Diagonalmatrix ist. Die j-te Komponente ist

$$x_j = \frac{1}{\sigma_2} (p_j - s_j) \frac{\partial x_j}{\partial p_j} + \frac{1}{\sigma_2} \sum_{k \in N} (p_k - s_k) \frac{\partial x_k}{\partial \tilde{I}} x_j \qquad \forall\ j \in N,$$

woraus nach einigen naheliegenden Manipulationen

$$\sigma_2 - \sum_{k \in N} (p_k - s_k) \frac{\partial x_k}{\partial \tilde{I}} = \left(\frac{p_j - s_j}{p_j}\right) \frac{\partial x_j}{\partial p_j} \frac{p_j}{x_j} \qquad \forall\ j \in N$$

wird. Die linke Seite dieser Gleichung ist aber vom Index j unabhängig, womit alles bewiesen ist.

Konstantes Grenzleid der Arbeit und $u_{ij} = 0$ für $i \neq j$, $i,j \in N$ sind hinreichende Annahmen über die Struktur der Nutzenfunktionen, die Kreuzpreiselastizitäten von Null bei den Gütern 1,...,n gewährleisten. Auf den allgemeinen Beweis wird hier verzichtet; als Beispiel sei lediglich die modifizierte quadratische Nutzenfunktion ($x \in \mathbb{R}^3$)

$$u(x) = a_o x_o + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \frac{1}{2} (a_{oo} x_o^2 + a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2)$$

angeführt.

[1] Z.B. bei BAUMOL/BRADFORD [5, 270], DIXIT [24, 297].

Sind alle Kreuzpreiselastizitäten gleich Null, also auch die des Faktors Arbeit, erhält man aus der Budgetbeschränkung des Haushalts

$$\frac{\partial x_i}{\partial p_i} \frac{p_i}{x_i} = -1 \qquad \forall \; i \in \{0,1,\ldots,n\}$$

und damit Proportionalität zwischen Schatten- und Konsumentenpreisvektor. Das ist gerade ein Spezialfall des Theorems 5-3 auf S. 63, da nur bei COBB-DOUGLAS-Nutzenfunktionen alle Kreuzpreiselastizitäten gleich Null sind[1] und Nutzenfunktionen dieses Typs nach den Ausführungen auf S. 65 hinreichende Bedingung für die Gültigkeit des genannten Theorems sind.

In den bisher abgeleiteten Theoremen wurde der optimale Schattenpreisvektor für die öffentlichen Unternehmen auf den Konsumentenpreisvektor bezogen. Grundsätzlich ist über die zweite Gleichung von (5-10) auch der Bezug zum Produzentenpreisvektor möglich. Bei entsprechenden Annahmen über die Produktionsfunktionen der privaten Unternehmen könnten ähnliche Theoreme abgeleitet werden.

Wie in Kapitel 4 kann auch hier ein Kriterium angegeben werden, das den finanzpolitischen Entscheidungsträgern die Prüfung der Frage gestattet, ob der aktuelle Gleichgewichtszustand auch der bestmögliche ist. Im Second-Best-Optimum gilt nämlich das

Theorem 5-7

Bei einer proportionalen Änderung der Differenz zwischen Markt- und Schattenpreisvektor und bei unveränderter Produktion der öffentlichen Unternehmen variieren der private Produktionsvektor Y_* und der von den privaten Haushalten konsumierte Gütervektor x_* dann um den gleichen Prozentsatz, wenn beide auf den Konsumgütervektor x_* des Ausgangsgleichgewichts bezogen und kompensierende Einkommenszahlungen vorausgesetzt werden.

---

[1] Vgl. GREEN [38, 367 und 372/373].

Der Beweis findet sich im Anhang A-5-IV.

Die Interpretation des Theorems verläuft analog zu der des Theorems 4-2. Auf den beschränkten Wert für die aktuelle finanzpolitische Praxis soll allerdings noch einmal hingewiesen werden.

Zum Schluß dieses Abschnitts soll noch kurz die Struktur des optimalen Verbrauchsteuersystems diskutiert werden. Dazu ist auf Gleichung (5-9) zurückzugreifen, die die optimalen Steuerbeträge pro Mengeneinheit angibt. Bei abnehmenden Skalenerträgen im privaten Produktionssektor wird das optimale indirekte Steuersystem von der Nachfrage- und der (privaten) Angebotsseite beeinflußt. Einfache Aussagen über die Struktur dieses Steuersystems können dann aber kaum noch abgeleitet werden. Selbst in dem schon im vorigen Kapitel behandelten speziellen Fall, daß

$$f^1(y_*^1) = \sum_{i \in N} f^{i1}(y_i) \quad \text{und} \quad \frac{\delta x_i}{\delta p_j} = 0 \qquad \forall\ i \neq j,\ i,j \in N$$

gelten, ist es nicht mehr möglich, eine leicht interpretierbare 'Elastizitäts-Regel' anzugeben. Gleichung (5-9) wird unter diesen Annahmen zu

$$t_j = \sigma_2 \left\{ x_j \left(\frac{\delta x_j}{\delta p_j}\right)^{-1} - Y_j \left(\frac{\partial Y_j}{\partial q_j}\right)^{-1} \right\} .$$

Nach Division durch q_j und Erweiterung des ersten Summanden mit p_j erhält man

$$\frac{t_j}{q_j} = \sigma_2 \left\{ \frac{p_j}{q_j} \frac{1}{\epsilon_{jj}} - \frac{1}{\theta_{jj}} \right\}$$

$$= \sigma_2 \left\{ \left(1 + \frac{t_j}{q_j}\right) \frac{1}{\epsilon_{jj}} - \frac{1}{\theta_{jj}} \right\} \qquad \forall\ j \in N ,$$

wobei $\theta_{jj} = \frac{\partial Y_j}{\partial q_j} \frac{q_j}{Y_j}$ die Angebotselastizität ist.

Aufgelöst nach t_j/q_j folgt schließlich[1]

$$\frac{t_j}{q_j} = \sigma_2 \frac{\theta_{jj}-\epsilon_{jj}}{\theta_{jj}(\epsilon_{jj}-\sigma_2)} \quad .$$

Alles,was hier noch gesagt werden kann ist, daß der Steuersatz proportional zu einer Kombination der (unterschiedlich gewichteten) Angebots- und Nachfrageelastizität ist.

Lediglich unter der Annahme konstanter Skalenerträge im privaten Produktionssektor sind genauere Aussagen möglich. Bei der Ableitung der optimalen Preissysteme müßte man statt von (3-7) von (3-8) ausgehen und würde statt

$Y_*' \left[\frac{\partial Y_*}{\partial q_*}\right]^{-1}$ in den Gleichungen (5-9) und (5-10) den Ausdruck

$y_*' \left[\frac{\partial q_*}{\partial y_*} - \frac{\partial q_*}{\partial y_o} q_*'\right]$ erhalten. Da die "inversen" Angebotsfunktionen $q_*(y_o,y_*) = q_*(F(y_*),y_*)$ aber homogen vom Grade Null sind[2], folgt aus der EULERschen Homogenitätsrelation

$$y_*'\left[\frac{\partial q_*}{\partial y_*} - \frac{\partial q_*}{\partial y_o} q_*'\right] = 0 \quad .$$

Die Gleichungen (5-9) und (5-10) vereinfachen sich dann zu

(5-13) $\quad t_*' = \sigma_2 x_*' \left[\frac{\delta x_*}{\delta p_*}\right]^{-1}$

(5-14) $\quad s_*' = q_*' \quad .$

---

[1] Vgl. auch DIXIT [24, 301].

[2] Nach Voraussetzung ist ja $y_o=F(y_*)$ homogen vom Grade Eins, so daß der Gradient $\nabla F(y_*) = -q_*(F(y_*),y_*)$ homogen vom Grade Null ist.

Der Schattenpreisvektor für die öffentlichen Unternehmen stimmt im Second-Best-Optimum mit dem Produzentenpreisvektor überein. Gleichung (5-13) hat die gleiche Struktur wie die erste Gleichung von (5-10), so daß für die optimalen Steuerbeträge pro Mengeneinheit im Fall konstanter Skalenerträge die oben abgeleiteten Theoreme gelten (mit entsprechend geänderter Interpretation).

Aus Gründen der Vollständigkeit soll jetzt noch der Fall untersucht werden, daß Preisdifferenzierung für die öffentlichen Endprodukte nicht möglich ist.
Zur Vereinfachung wird in diesem Abschnitt unterstellt, daß nur ein privates und ein öffentliches Unternehmen existieren. Die Nebenbedingung (5-4) ist entsprechend zu modifizieren. Aus den im Anhang A-5-V angegebenen Funktionalmatrizen der modifizierten Gleichung (5-4) und den Gleichungen für die optimalen Preisvektoren können der optimale Schattenpreisvektor und die optimalen Steuerbeträge pro Mengeneinheit bestimmt werden[1]:

$$(5\text{-}15)\qquad s_*' = q_*' - \frac{\mu_1}{1-\mu_1}\, x_*^{pr'}\left[\frac{\partial q_*^{pr}}{\partial y_*} - \frac{\partial q_*^{pr}}{\partial y_o}\, q_*'\right] + \frac{\mu_1}{1-\mu_1}\, z_*'\left[\frac{\partial q_*}{\partial y_*} - \frac{\partial q_*}{\partial y_o}\, q_*'\right] - \frac{\mu_1}{1-\mu_1}\, \mu^{st'}\left[\frac{\partial q_*^{st}}{\partial y_*} - \frac{\partial q_*^{st}}{\partial y_o}\, q_*'\right]$$

$$t_*^{pr'} = \frac{\mu_1}{1-\mu_1}\, x_*^{pr'}\left\{\left[\frac{\partial p_*^{pr}}{\partial x_*^{pr}} - \frac{\partial p_*^{pr}}{\partial x_o}\, p_*^{pr'}\right] - \left[\frac{\partial q_*^{pr}}{\partial y_*^{pr}} - \frac{\partial q_*^{pr}}{\partial y_o}\, q_*^{pr'}\right]\right\} + \mu_1 z_*'\left[\frac{\partial q_*}{\partial y_*^{pr}} - \frac{\partial q_*}{\partial y_o}\, q_*^{pr'}\right] + \frac{1}{1-\mu_1}\, \mu^{st'}\left\{\left[\frac{\partial p_*^{st}}{\partial x_*^{pr}} - \frac{\partial p_*^{st}}{\partial x_o}\, p_*^{pr'}\right] - \left[\frac{\partial q_*^{st}}{\partial y_*^{pr}} - \frac{\partial q_*^{st}}{\partial y_o}\, q_*^{pr'}\right]\right\}\,.$$

---

[1] μ^{st} ist der den Nebenbedingungen $t_*^{st} = 0$ zugeordnete Vektor der LAGRANGE-Multiplikatoren.

Auf den Versuch einer Interpretation dieser Gleichungen wird verzichtet. Dieser Entschluß fällt deswegen leicht, weil die Untersuchung der mit dem Vektor $\mu^{st'}$ multiplizierten Matrizen Hauptgegenstand des folgenden Kapitels ist. BOADWAY[1] und LLOYD[2] leiten im übrigen unter stark vereinfachten (und leicht veränderten) Modellvoraussetzungen eine der Gleichung (5-16) entsprechende Formel ab. Ihre Interpretationen beruhen aber auf einem extensiven Gebrauch der ceteris-paribus-Klausel, was in allgemeinen Gleichgewichtsmodellen nicht allzu sinnvoll erscheint.
Angesichts der Komplexität von (5-15) und (5-16) schließt man sich am besten der von DIAMOND[3] in anderem Zusammenhang gemachten Äußerung an: "Whether anything useful can be done with this equation is not clear."

---

[1] Vgl. BOADWAY [7].

[2] Vgl. LLOYD [62].

[3] Vgl. DIAMOND [20, 404].

Vorbemerkungen zu den Kapiteln 6 und 7

In dieser Arbeit stehen den staatlichen Entscheidungsträgern zwei Arten finanzpolitischer Instrumente zur Verfügung, die allerdings nicht unabhängig voneinander sind: die Entscheidung über die Produktionsprogramme der öffentlichen Unternehmen durch Vorgabe geeigneter Schattenpreise und der Einsatz eines Systems optimaler Steuern. Die Durchsetzung des optimalen Schattenpreis- und optimalen Steuer(betrag)vektors kann nun erhebliche Änderungen gegenüber dem aktuellen Ausgangszustand erfordern. Da die ein Second-Best-Problem charakterisierenden Nebenbedingungen "im Kern auf nichts anderem als Gruppenegoismen, menschlichem Unverständnis oder Trägheit beruhen"[1], derartige Unzulänglichkeiten also geradezu konstitutiv für den Modellaufbau sind, kann nicht ohne weiteres davon ausgegangen werden, daß die Realisierung eines Second-Best-Optimums ohne Schwierigkeiten möglich ist. Zumindest ebenso interessant wie die Ermittlung und Charakterisierung bestmöglicher Steuersysteme und Schattenpreisvektoren - und für die finanzpolitische Praxis wohl relevanter - ist dann die Frage, wie durch eine "Finanzpolitik der kleinen Schritte" eine Verbesserung des aktuellen (suboptimalen) Ausgangszustands erreicht werden kann. Um eine übersichtliche und zugleich interessante Darstellung zu ermöglichen, wird angenommen, daß zwar mit erheblichen Steuerwiderständen in bezug auf Änderungen in Struktur und Höhe des aktuellen Steuersystems zu rechnen ist, eine Variation des Produktionsvektors der öffentlichen Unternehmen und die damit verbundene Änderung des Konsumentenpreisvektors aber durchsetzbar sein soll.
Berücksichtigt man dann noch, daß die Entscheidungen über eine Korrektur des Steuersystems und eine Änderung des Schattenpreisvektors für die öffentlichen Unternehmen in ver-

[1] Vgl. SOHMEN [98, 436].

schiedenen Referaten der (fiktiven) staatlichen Allokations- oder Kompositionsabteilung getroffen werden, kann die Möglichkeit eines unkoordinierten Vorgehens nicht ausgeschlossen werden.
Vorstellbar ist dann der folgende finanzpolitische Entscheidungsablauf: das für die öffentlichen Unternehmen zuständige Referat geht bei der Ermittlung des optimalen Schattenpreisvektors von dem jeweiligen aktuellen Steuersystem aus, während die für die Ausgestaltung des Steuersystems zuständigen Finanzpolitiker (gleichzeitig) versuchen, schrittweise Verbesserungen des Steuersystems durchzuführen.
Zumindest auf analytischer Ebene kann ein solches Vorgehen in zwei Stufen untersucht werden. Dementsprechend beschäftigt sich Kapitel 6 mit der Ermittlung und Interpretation des bestmöglichen Schattenpreisvektors für die öffentlichen Unternehmen bei einem gegebenen System indirekter Steuern. Im folgenden siebten Kapitel wird dann untersucht, wie durch schrittweise Änderungen des Steuersystems eine Erhöhung der Wohlfahrt herbeigeführt werden kann.
Die durch diese zweistufige Problembehandlung ermöglichte Übersichtlichkeit und (vergleichsweise) Einfachheit der mathematischen Darstellung wiegt wohl die Vorteile der intellektuell befriedigenderen, aber erheblich schwierigeren Simultanlösung des oben skizzierten Problems auf.
Nicht behandelt werden die durch das unkoordinierte Vorgehen bedingten Anpassungs- und Stabilitätsprobleme, da dazu dynamische Modellstrukturen notwendig sind.

Kapitel 6: (Schatten-) Preise für öffentliche Güter bei gegebenen Verbrauchsteuersätzen[1]

Wie im vorigen Kapitel wird wieder explizit angenommen, daß die Mengen der von den öffentlichen bzw. privaten Unternehmen angebotenen Güter disjunkt sind; darüberhinaus -,und zwar ausschließlich aus Vereinfachungsgründen -, daß vom öffentlichen Sektor nur ein Gut produziert wird, z.B. Gut n. In diesem Fall ist die Annahme naheliegend, jedenfalls nicht weiter einschränkend[2], daß nur ein öffentliches Monopol existiert.
Besteuert werden nur die von den privaten Unternehmen angebotenen Konsumgüter. Die Steuersätze $\tau_i = \frac{t_i}{p_i}$ $(\forall\ i \in \{1,\dots,n-1\})$ sind annahmegemäß fest vorgegeben. Zwecks Vereinfachung werden als Nebenbedingung dieses Second-Best-Problems allerdings die Gleichungen $p_i = c_i q_i$ genommen, mit $c_i = 1/(1-\tau_i)$ = konstant. Ein konstanter Steuersatz auf das Arbeitseinkommen kann im übrigen einfach dadurch berücksichtigt werden, daß die Preisvektoren p und q unterschiedlich normiert werden, so daß $p_0 \neq q_0$ gilt.
Die konkrete Form der Nebenbedingung des allgemeinen Second-Best-Modells ist also

$$(6\text{-}1) \qquad C(x;y^1,\dots,y^v;z) = \begin{bmatrix} p_1 - c_1 q_1 \\ \dots\dots\dots\dots \\ p_{n-1} - c_{n-1} q_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} .$$

Die Differenz zwischen dem Defizit des öffentlichen Unternehmens und dem Aufkommen aus der Besteuerung der privaten Konsumgüter wird durch Pauschalsteuern (oder ggf. Transfers)

---

[1] Zu diesem Kapitel vgl. vor allem GREEN [36], [38] und BERGSON [6].

[2] Denn die Schattenpreise würden ansonsten übereinstimmen.

ausgeglichen. Über das WALRAS-Gesetz ist das Budget des Staates nämlich wieder ausgeglichen: Multipliziert man die Marktgleichgewichtsbedingungen (2-13) von links mit q', folgt nach einigen Umformungen gerade

$$L + t_{\square}'x_{\square} + t_n x_n + q'z = 0.$$

Dabei ist $t_{\square}' = [t_1,\ldots,t_{n-1}]$ (mit analoger Definition für alle anderen Vektoren), so daß $t_{\square}'\, x_{\square}$ das Verbrauchsteueraufkommen angibt.[1] Die Differenz zwischen Konsumenten- und Produzentenpreis für das öffentliche Gut n wird wie schon im vorigen Kapitel als indirekter Steuerbetrag auf eine Einheit dieses Gutes interpretiert.
Der Ausgleich des staatlichen Budgets durch Pauschalsteuern ist insofern unglücklich, als die Existenz indirekter Steuern kaum zu rechtfertigen ist, wenn Pauschalsteuern in beliebiger Höhe erhoben werden können. Als Alternative würde sich anbieten, Pauschalsteuern explizit auszuschließen, als zusätzliche Nebenbedingung also die Beziehung L(x) = 0 zu berücksichtigen. Sieht man von der Möglichkeit der Preisdifferenzierung für das öffentliche Gut einmal ab, müßte das Defizit des öffentlichen Unternehmens dann gerade mit dem Verbrauchsteueraufkommen übereinstimmen. Dadurch würden die Modellstrukturen aber wesentlich komplizierter und die Ergebnisse unübersichtlicher, so daß es angebracht erscheint, die erwähnte Unsystematik in Kauf zu nehmen.

Nach Bildung der Funktionalmatrizen von (6-1) und den im Anhang A-6-I angegebenen mathematischen Manipulationen erhält man die optimalen Preissysteme durch[2]

---

[1] Wie oben ist $t_n x_n + q'z = p_n x_n - q_n y_n + q_o z_o + q_{\square}' z_{\square}$ das Defizit des öffentlichen Unternehmens, wenn Preisdifferenzierung möglich ist.

[2] Bei Gleichung (6-3) ist dabei an die Definition $Y_* = \sum_{l \in V} y_*^l$ zu erinnern. Entsprechend ist $\frac{\partial Y_*}{\partial q_*} = \sum_{l \in V} \frac{\partial y_*^l}{\partial q_*}$.

(6-2) $$p_*' = \gamma_*' + [\mu_o', 0] \frac{\delta p_*}{\delta x_*}$$

$$q_*' = \gamma_*' + [\mu_o', 0]\, C_n \left[\frac{\partial Y_*}{\partial q_*}\right]^{-1}$$

(6-3) $$\text{mit} \quad C_n = \begin{bmatrix} c_1 & & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & c_{n-1} & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

(6-4) $$s_*' = \gamma_*' \, .$$

Durch einige (zum Teil erheblich) vereinfachende Annahmen auf der Produktionsseite der Modellökonomie sind Interpretationen möglich, die einen ersten Einblick in den ökonomisch komplexeren allgemeinen Fall erlauben. Die im Abschnitt 6.1.1 unter der Annahme abgeleiteten Theoreme, daß Arbeit der einzige (variable) Produktionsfaktor ist <u>und</u> die Grenzkosten in den privaten Unternehmen konstant sind, finden sich in ähnlicher Form in der Literatur. Allerdings ist dieser Abschnitt hier eben nur Ausgangspunkt für die Behandlung des allgemeineren Falls (abnehmende Skalenerträge; Existenz von Produktionsgütern), der in dieser Form noch nicht behandelt wurde.

6.1 Arbeit ist der einzige (variable) Produktionsfaktor

Die wesentlichste Einschränkung besteht in der Annahme, daß Arbeit der einzige eingesetzte (variable) Produktionsfaktor ist. Es existieren also keine Produktionsgüter, sondern nur Konsumgüter. Da die privaten und das öffentliche Unternehmen

annahmegemäß verschiedene Güter produzieren und das öffentliche Unternehmen darüberhinaus nur ein Gut anbieten soll, sind die Faktorfunktionen gegeben durch

$$y_o^l = f^l(y_o^l) \qquad \forall\ l \in V$$

$$z_o = g(z_n)\ ,$$

mit den entsprechenden Änderungen in den Angebotsfunktionen.

Die Existenz nur eines Produktionsfaktors wird im übrigen in allen zu Beginn des Kapitels erwähnten Literaturbeiträgen vorausgesetzt. Für die vorliegende Arbeit hat das jedoch die unangenehme Konsequenz, daß streng genommen eine Neuformulierung des gesamten Modells notwendig ist.
Die folgenden Gleichungen (6-5) - (6-7) sind also nicht bloß eine Modifikation der Bedingungen (6-2) - (6-4), sondern sollten als Ableitungen aus einem neuen Grundmodell interpretiert werden. Allerdings ist ihr Bezug zu den Gleichungen (6-2) - (6-4) derart naheliegend und einleuchtend, daß auf eine erneute Formulierung des Modells verzichtet werden soll. Bei abnehmenden Skalenerträgen im privaten Produktionssektor treten

$$\text{(6-5)} \qquad p_*' = \gamma_*' + [\mu_o',0]\ \frac{\delta p_*}{\delta x_*}$$

$$\text{(6-6)} \qquad q_o' = \gamma_o' + \mu_o' c_{n-1} \left[\frac{\partial y_o}{\partial q_o}\right]^{-1}$$

$$\text{(6-7)} \qquad s_n = \gamma_n$$

an die Stelle von (6-2) - (6-4).

Werden in den privaten Unternehmen konstante Skalenerträge vorausgesetzt, ist die Beziehung (6-6) durch

$$(6\text{-}8)\qquad q'_o = \gamma'_o + \mu'_o C_{n-1}\left[\frac{\partial q_o}{\partial y_o} - \frac{\partial q_o}{\partial y_o} q'_o\right]$$

zu ersetzen.[1]
Der Übersichtlichkeit halber werden die beiden Fälle getrennt behandelt.

6.1.1 Konstante Skalenerträge im privaten Produktionssektor

Im Anhang A-6-II wird gezeigt, daß aus den Beziehungen (6-5), (6-7) und (6-8) das Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} \left(1+c_1\sum\limits_{i=1}^{n-1}F_{1i}\frac{\delta x_i}{\delta p_1}\right) \cdots & c_{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n-1}F_{(n-1)i}\frac{\delta x_i}{\delta p_1} & \sum\limits_{i=o}^{n-1}p_i\frac{\delta x_i}{\delta p_1} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ c_1\sum\limits_{i=1}^{n-1}F_{1i}\frac{\delta x_i}{\delta p_{n-1}} & \cdots\left(1+c_{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n-1}F_{(n-1)i}\frac{\delta x_i}{\delta p_{n-1}}\right) & \sum\limits_{i=o}^{n-1}p_i\frac{\delta x_i}{\delta p_{n-1}} \\ c_1\sum\limits_{i=1}^{n-1}F_{1i}\frac{\delta x_i}{\delta p_n} & \cdots\cdots c_{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n-1}F_{(n-1)i}\frac{\delta x_i}{\delta p_n} & \sum\limits_{i=o}^{n-1}p_i\frac{\delta x_i}{\delta p_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ -\mu_{n-1} \\ \frac{s_n}{p_n} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \sum\limits_{i=o}^{n-1}q_i\frac{\delta x_i}{\delta p_1} \\ \cdots \\ \sum\limits_{i=o}^{n-1}q_i\frac{\delta x_i}{\delta p_{n-1}} \\ \sum\limits_{i=o}^{n-1}q_i\frac{\delta x_i}{\delta p_n} \end{bmatrix} \qquad (6\text{-}9)$$

[1] Das folgt nach entsprechender Modifikation von und Einsetzen der Funktionalmatrix $\partial C/\partial y$ in Gleichung (3-9).

abgeleitet werden kann, wobei F_{ki} $(k,i \in \{1,...,n-1\})$ die zweiten partiellen Ableitungen der aggregierten Faktorfunktion $y_o = F(y_o)$ sind.

Mit Hilfe der CRAMER-Regel kann der optimale Schattenpreis für das öffentliche Gut, bzw. das optimale Verhältnis $\frac{s_n}{p_n}$ aus (6-9) ermittelt werden.[1] Allerdings ist es bei konstanten Skalenerträgen und variablen Grenzkosten kaum möglich (jedenfalls nicht gelungen), sinnvolle und ökonomisch einleuchtende Interpretationen abzuleiten.
Schränkt man dagegen die konstanten Skalenerträge auf den Fall konstanter Grenzkosten ein, können einige interessante, aber eben nur beschränkt gültige Theoreme formuliert werden. Unterstellt wird also im folgenden eine lineare Produktionsfunktion der Form

$$F(y_o) = \sum_{i=1}^{n-1} a_i y_i \qquad \text{mit} \quad a_i < 0.$$

Die HESSEsche dieser Produktionsfunktion ist

$$H(F) = \begin{bmatrix} F_{11} & \cdots & F_{1(n-1)} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ F_{(n-1)1} & \cdots & F_{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} = 0 ,$$

so daß sich das Gleichungssystem (6-9) reduziert auf

$$(6\text{-}10) \quad \begin{bmatrix} 1 & & 0 & \sum_{i=o}^{n-1} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_1} \\ & \ddots & & \cdots\cdots \\ 0 & & 1 & \sum_{i=o}^{n-1} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_{n-1}} \\ 0 & \cdots & 0 & \sum_{i=o}^{n-1} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mu_1 \\ \vdots \\ -\mu_{n-1} \\ \frac{s_n}{p_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=o}^{n-1} q_i \frac{\delta x_i}{\delta p_1} \\ \vdots \\ \vdots \\ \sum_{i=o}^{n-1} q_i \frac{\delta x_i}{\delta p_n} \end{bmatrix} .$$

[1] Unter der Voraussetzung natürlich, daß die Systemmatrix regulär ist; dazu unten.

Die Systemmatrix ist sicherlich regulär.[1] Auflösung nach der CRAMER-Regel ergibt

$$\frac{s_n}{p_n} = \frac{\sum_{i=o}^{n-1} q_i \frac{\delta x_i}{\delta p_n}}{\sum_{i=o}^{n-1} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_n}}$$

(6-11)

$$= \frac{\sum_{i=o}^{n-1} \frac{1}{c_i} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_n}}{\sum_{i=o}^{n-1} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_n}} .$$

Das Verhältnis von Schattenpreis oder Grenzkosten (s_n) zu Marktpreis (p_n) ist hier dargestellt als gewogenes harmonisches Mittel der (transformierten) konstanten 'Steuersätze' c_i. Für den Faktor Arbeit (i=o) ist $c_o=1$, wenn Konsumenten- und Produzentenpreisvektor durch $p_o=q_o=1$ normiert wurden.

Ökonomisch sofort einleuchtend und aus (6-11) unmittelbar ersichtlich ist, daß der Marktpreis für das öffentliche Gut dann mit den Grenzkosten (bzw. dem Schattenpreis) übereinstimmt, wenn keine Verbrauchsteuern erhoben werden, also $c_i=1$ gilt für alle $i \in \{0,1,\dots,n-1\}$. In diesem Fall existieren ja keine 'zusätzlichen' Beschränkungen, d.h. kein Second-Best-Problem; jedes Defizit der öffentlichen Unternehmen ist durch Pauschalsteuern auszugleichen. Die von GREEN[2] und SOHMEN[2] diskutierte Situation, daß die Steuersätze auf alle Konsumgüter gleich sind und Arbeit mit dem gleichen Satz besteuert wird (also $c_i=c$ für alle $i \in \{0,1,\dots,n-1\}$) - nach

---

[1] Der Wert der Determinante ist ja gerade gleich $\sum_{i=o}^{n-1} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_n} = -p_n \frac{\delta x_n}{\delta p_n} > 0.$

[2] Vgl. GREEN [36; 246], SOHMEN [98; 429].

(6-11) ist dann auch $\frac{p_n}{s_n} = c$ - kann formal und in der ökonomischen Interpretation durch Umnormierung auf $p_o = q_o$ immer auf den soeben behandelten Fall zurückgeführt werden.[1]

Schatten- und Marktpreis stimmen auch dann überein, wenn die von den privaten Unternehmen hergestellten Güter im Konsum unabhängig sind vom öffentlichen Gut. Unter Zugrundelegung der auf HICKS zurückgehenden Definition von Substitutionalität, Komplementarität und Unabhängigkeit im Konsum ist dann ja gerade $\frac{\delta x_i}{\delta p_n} = 0$ für alle $i \in \{1,...,n-1\}$, so daß nach (6-11) $p_n = s_n$ ist. Diese Schlußfolgerung ist ökonomisch plausibel. Bei Unabhängigkeit im Konsum (und in der Produktion) haben die durch die gegebenen (und unveränderlichen) Steuersätze auf die privaten Konsumgüter 1,...,n-1 bedingten Allokationsstörungen keinen Einfluß auf die Allokation der Ressourcen im öffentlichen Produktionssektor.
Sind diese Bedingungen nicht erfüllt, ist die Vermutung naheliegend, daß auch in der Produktion des öffentlichen Gutes n ein Abweichen von der im Pareto-Optimum geltenden Beziehung " Preis = Grenzkosten " sinnvoll ist. Eine solche Abweichung kann z.B. durch das LERNERsche Monopolmaß

$$\frac{\text{Marktpreis - Grenzkosten (= Schattenpreis)}}{\text{Marktpreis}}$$

konkretisiert werden; der Quotient $(p_n-s_n)/p_n$ wird dabei hier

---

[1] Die Grenzraten der Substitution sind $\frac{\partial u/\partial x_i}{\partial u/\partial x_o} = \frac{p_i}{p_o} = \frac{q_i(1+\hat{\tau}_i)}{q_o(1+\hat{\tau}_o)}$ $\forall$ $i \in N$, wobei $\hat{\tau}_i = t_i/q_i$ ist. Normiert wurden Konsumenten- und Produzentenpreissystem dabei auf den Nettolohnsatz $p_o = q_o(1+\hat{\tau}_o)$.
Die Grenzraten der Substitution bleiben aber unverändert, wenn keine Einkommensteuer erhoben wird und die Konsumgüter stattdessen mit dem festen Satz $\hat{\tau}_i/(1+\hat{\tau}_o)$ besteuert werden. Dann gilt nämlich

$$\frac{p_i}{p_o} = \frac{q_i(1+\hat{\tau}_i)/(1+\hat{\tau}_o)}{q_o} ,$$

was einer Normierung auf den Bruttolohnsatz q_o entspricht, der jetzt mit dem Nettolohnsatz p_o übereinstimmt.

als Monopolgrad bezeichnet.[1]
Die im folgenden angegebenen Theoreme charakterisieren ein Second-Best-Gleichgewicht jeweils durch eine nähere Bestimmung des Monopolgrades im öffentlichen Unternehmen, geben also an, inwieweit das öffentliche Unternehmen unter den gegebenen Umständen seine Monopolmacht ausnutzen sollte. Ist die Marktnachfragefunktion nach dem öffentlichen Gut bekannt, ist mit dem Monopolgrad im übrigen auch der optimale Schattenpreis bestimmt. Es gilt das

Theorem 6-1

Bestehen zwischen dem öffentlichen Gut und den übrigen Gütern Substitutionsbeziehungen im Konsum, dann liegt der Monopolgrad des öffentlichen Unternehmens im Second-Best-Optimum zwischen dem größten und kleinsten Wert der gegebenen Steuersätze.

Zum Beweis wird zuerst gezeigt, daß der Quotient $\frac{s_n}{p_n}$ eine konvexe Kombination der reziproken Werte von c_i ist. Die Gewichte $p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_n} / \sum_{j=o}^{n-1} p_j \frac{\delta x_j}{\delta p_n}$ müssen dann für alle $i \in \{0,1,\dots,n-1\}$ positiv sein und sich zu Eins addieren. Letzteres ist klar. Annahmegemäß ist $\frac{\delta x_i}{\delta p_n} > 0$ für alle $i \neq n$, so daß Zähler und Nenner (vgl. Fn. 1 auf S. 83) größer Null sind.
Aus $c_i^{-1}\Big|_{min} < \frac{s_n}{p_n} < c_i^{-1}\Big|_{max}$ folgt aber $\tau_i\Big|_{min} < \frac{p_n - s_n}{p_n} < \tau_i\Big|_{max}$,

da $\tau_i = 1 - c_i^{-1}$ und $0 < c_i^{-1} < 1$ ist. Theorem 6-1 ist damit bewiesen.

Sind die Steuersätze voneinander nicht allzu verschieden und sind die Voraussetzungen des Satzes erfüllt, können die staatlichen Entscheidungsträger den optimalen Schattenpreis ungefähr bestimmen, ohne das genaue Gleichgewicht zu kennen.

[1] Der Quotient $(p_n - s_n)/p_n$ könnte natürlich auch als Steuersatz auf das öffentliche Gut interpretiert werden.

Werden die Konsumgüter 1,...,n-1 mit einem positiven Steuersatz belegt, sind die $c_i^{-1}<1$. Bei $p_o = q_o = 1$ muß der optimale Schattenpreis (bzw. die Grenzkosten) des öffentlichen Gutes kleiner als der Marktpreis sein.

Eine additive Nutzenfunktion mit abnehmenden Grenznutzen aller Güter ist nun hinreichende Bedingung dafür, daß alle Güter untereinander Substitute sind. Der allgemeine Beweis dieser Behauptung findet sich bei KATZNER.[1] Als Beispiel[2] sei die quadratische Nutzenfunktion

$$u(x) = a'x + \frac{1}{2} x'Ax$$

angeführt mit den Konstanten $a' = [a_o,...,a_n]$ und

$$A = \begin{bmatrix} a_{oo} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & a_{nn} \end{bmatrix}, \text{ wobei } a_{ii}<0 \qquad \forall\, i \in N.$$

Ausschließlich Substitutionsbeziehungen liegen auch dann vor, wenn die Präferenzordnung additiv und homothetisch ist, d.h.[3] durch eine Nutzenfunktion der schon oben angegebenen "BERGSON family"

$$u(x) = \sum_i \alpha_i x_i^b + \gamma_i \qquad 1>b\neq 0 \quad , \quad b\alpha_i>0$$

bzw.

$$u(x) = \sum_i \alpha_i (\log x_i) + \gamma_i \qquad \alpha_i>0$$

dargestellt werden kann.

---

[1] Vgl. KATZNER [49, 92].

[2] Zu erinnern ist daran, daß bei den Beispielen die Vorzeichenkonvention bezüglich der Produktionsfaktoren nicht gilt.

[3] Vgl. Theorem 2.4-4 bei KATZNER [49, 31].

Zwar werden diese Nutzenfunktionen - zumindest in der mikroökonomischen Lehrbuchliteratur - häufig verwendet, ihr Gebrauchswert ist aber u.a. dadurch stark eingeschränkt, daß keine Komplementaritätsbeziehungen vorkommen können. Berücksichtigt man die Existenz von Komplementärgütern, gilt das folgende

Theorem 6-2

Sind alle Steuersätze der zum öffentlichen Gut komplementären Güter größer, diejenigen der Substitute des öffentlichen Gutes aber nicht größer als ein vorgegebener Wert $\bar{\tau}$, dann ist der Monopolgrad des öffentlichen Unternehmens im Second-Best-Optimum kleiner als das Maximum der zu den Substitutionsgütern gehörenden Steuersätze.

Beweis: Nach Voraussetzung existieren also zwei Mengen

$$M_1 = \left\{x_i \middle| \frac{\delta x_i}{\delta p_n} < 0 \quad \text{und} \quad \tau_i > \bar{\tau}\right\}$$

und

$$M_2 = \left\{x_k \middle| \frac{\delta x_k}{\delta p_n} > 0 \quad \text{und} \quad \tau_k \leq \bar{\tau}\right\}$$

mit $\qquad M_1 \cup M_2 = \{x_o, x_1, \ldots, x_{n-1}\}$.

Zu zeigen ist, daß dann[1] $(p_n - s_n)/p_n < \max\{\tau_k | k \in IM_2\}$ gilt. Ausgangspunkt ist Gleichung (6-11). Da der Nenner des Bruchs auf der rechten Seite positiv ist, erhält man nach Subtraktion von $\bar{\tau}$ auf beiden Seiten die Beziehung

$$\text{(6-12)} \qquad \frac{p_n - s_n}{p_n} - \bar{\tau} \gtrless 0$$

[1] Dabei ist IM_1 die Indexmenge von M_1, d.h. $IM_1 = \{i | x_i \in M_1\}$, analog ist $IM_2 = \{k | x_k \in M_2\}$.

genau dann, wenn

$$\sum_{i=o}^{n-1} (\tau_i-\bar{\tau})p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_n} = \sum_{i\in IM_1} (\tau_i-\bar{\tau})p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_n} + \sum_{k\in IM_2} (\tau_k-\bar{\tau})p_k \frac{\delta x_k}{\delta p_n} \gtrless 0.$$

Die Charakteristika der Güter aus M_1 bzw. M_2 garantieren aber, daß der letzte Ausdruck kleiner Null ist, so daß auch $\frac{p_n-s_n}{p_n} - \bar{\tau} < 0$ gilt. Zur Vervollständigung des Beweises muß nur noch $\bar{\tau} = \max\{\tau_k | k\in IM_2\}$ gesetzt werden.

Auf die gleiche Weise kann gezeigt werden:

Theorem 6-2 a

Sind alle Steuersätze der Substitute des öffentlichen Gutes größer (oder gleich), diejenigen der zum öffentlichen Gut komplementären Güter aber kleiner als ein vorgegebener Wert τ^*, so ist der optimale Monopolgrad $(p_n-s_n)/p_n$ größer als der kleinste der Steuersätze auf die Substitutionsgüter.

Mit diesen Theoremen ist die ökonomisch plausible Überlegung konkretisiert, daß die relative Abweichung von Preis und Grenzkosten für das öffentliche Gut derjenigen der Substitutionsgüter angepaßt werden sollte.

Sollten die strengen Voraussetzungen der Theoreme erfüllt sein, kennt der Finanzpolitiker zumindest den Bereich, in dem der optimale Monopolgrad liegen muß. Die Ergebnisse sind aber auch dann nicht ganz wertlos, wenn die Voraussetzungen nicht zutreffen[1]: "Such results are useful not because we expect to find just the right combination of complementarity and substitution in reality, but because they narrow down our zone of ignorance."

---

[1]Vgl. DIXIT [25, 118].

Konkretere Aussagen sind im allgemeinen, d.h. im n-Güter-Fall nicht ohne weiteres abzuleiten. Lediglich in einer Drei-Güter-Ökonomie kann vollständig aufgezeigt werden, in welcher Relation der optimale Monopolgrad des öffentlichen Unternehmens (jetzt gleich $(p_2-s_2)/p_2$) zu den Steuersätzen τ_i $(i=0,1)$ steht.[1]

Ohne Einschränkung der Allgemeinheit kann vorausgesetzt werden, daß $p_o = q_o = 1$ ist und Gut 1 mit einem positiven Steuersatz belegt wird. Dann gilt im Optimum

a Sind Arbeit und das privat hergestellte Konsumgut 1 Substitute des öffentlichen Gutes, ist $0 < \frac{p_n-s_n}{p_n} < \tau_1$.
Das wurde oben schon für den n-Güter-Fall bewiesen.

b Sind die Konsumgüter komplementär, gilt $\frac{p_2-s_2}{p_2} < 0$.
Der Schattenpreis des öffentlichen Gutes ist in diesem Fall also größer als sein Marktpreis.

c Bestehen zwischen dem öffentlichen Gut und dem Faktor Arbeit Komplementaritätsbeziehungen, ist $\frac{p_2-s_2}{p_2} > \tau_1$.
Das entspricht dem schon im vorigen Kapitel (S. 66) in etwas anderer Form abgeleiteten Ergebnis, daß der Steuersatz für das zur Freizeit komplementäre Gut größer ist.[2]

Die Behauptungen unter b und c beweist man analog zum Theorem 6-2, indem man $\bar{\tau}$ einmal den Wert 0, das andere Mal den Wert τ_1 zuordnet.

Durch einfache Umformungen erhält man aus Gleichung (6-11) die Beziehung

$$(6\text{-}13) \qquad \sum_{i=o}^{n-1} q_i \frac{\delta x_i}{\delta p_n} + s_n \frac{\delta x_n}{\delta p_n} = 0 \; .$$

---

[1] In einer Drei-Güter-Ökonomie können Komplementaritätsbeziehungen höchstens zwischen zwei Gütern vorkommen.

[2] Dabei wurde $(p_n-s_n)/p_n$ als Steuersatz auf das öffentliche Gut interpretiert.

Sie entspricht der von GREEN[1] unter leicht veränderten Modellvoraussetzungen, allerdings auf etwas unbefriedigende Weise abgeleiteten Optimalbedingung, wenn berücksichtigt wird, daß dort alle Produzentenpreise auf 1 normiert wurden. Von den gleichen Annahmen wie GREEN geht auch SOHMEN[2] aus. Allerdings unterscheiden sich seine Optimalbedingung und die daraus abgeleitete Interpretation von denen GREENs bzw. den in dieser Arbeit angegebenen. Durch Erweiterung mit x_i im Zähler und Nenner von (6-11) erhält man die zu SOHMENs Gleichung (12-16) vergleichbare Beziehung

$$(6\text{-}14) \qquad \frac{s_n}{p_n} = \frac{\sum_{i=o}^{n-1} \frac{1}{c_i} (p_i x_i)\epsilon_{in}}{\sum_{i=o}^{n-1} (p_i x_i)\epsilon_{in}} \ , \quad \text{mit} \quad \epsilon_{in} = \frac{\delta x_i}{\delta p_n} \frac{p_n}{x_i} \ .$$

Der wesentliche Unterschied gegenüber der entsprechenden Gleichung bei SOHMEN liegt darin, daß hier die einkommenskompensierten Kreuzpreiselastizitäten der Nachfrage relevant sind, während SOHMEN mit den 'normalen' Elastizitäten $e_{in} = \frac{\partial x_i}{\partial p_n} \frac{p_n}{x_i}$ arbeitet. Unbefriedigend ist dabei sowohl der bei der Interpretation seiner Gleichung (12-16) verwendete Substitutionsbegriff, als auch die Herleitung der entsprechenden Optimalbedingung (12-13). So schreibt SOHMEN auf S. 428: "Sind alle Güter gegenseitig Substitute im Konsum, so sind alle Kreuzpreiselastizitäten ...(e_{ij}) positiv."
Diese Aussage wäre falsch, wenn ihr die übliche, auf HICKS zurückgehende Definition von Substitutionsgütern zugrundeliegen würde - und die Fußnote 7 auf S. 428 legt diese Interpretation eigentlich nahe - , wie das folgende Beispiel zeigt: Oben wurde schon darauf hingewiesen, daß bei einer Nutzenfunktion vom Typ COBB-DOUGLAS alle Güter Substitute sind; die

[1] Vgl. GREEN [36; Gleichung III.2].
[2] Vgl. SOHMEN [98; Kap. 12.2].

Kreuzpreiselastizitäten sind aber Null, da die nachgefragten Mengen x_i bloß eine Funktion von p_i und vom Einkommen sind.

Nimmt man dagegen an, daß durch den zitierten Satz Substitutionalität erst definiert wird, ist auch das nicht überzeugend. Zwei Güter i und j wären demnach Substitute, wenn $\frac{\partial x_i}{\partial p_j} > 0$ gilt. In der Literatur wird hier gelegentlich von "gross substitutes" gesprochen.[1] Da unterschiedliche Vorzeichen von $\frac{\partial x_i}{\partial p_j}$ und $\frac{\partial x_j}{\partial p_i}$ aber nicht auszuschließen sind, ist diese Definition - wenn auch intuitiv einleuchtend - wegen der fehlenden Symmetrie nicht allzu sinnvoll. Unter Zugrundelegung der Nutzenfunktion[2]

$$u(x) = \log x_1 + \sqrt{x_2}$$

erhält man z.B. $\frac{\partial x_2}{\partial p_1} = 0$, aber $\frac{\partial x_1}{\partial p_2} < 0$. Gut 2 wäre also von Gut 1 im Konsum unabhängig, während zwischen Gut 1 und Gut 2 Komplementaritätsbeziehungen bestehen würden.

Daß SOHMEN mit den 'normalen' und nicht wie in dieser Arbeit (und wie GREEN) mit den kompensierten Kreuzpreiselastizitäten arbeitet, liegt darin begründet, daß er bei der Ableitung seiner Optimalbedingung (12-13) die Einkommenseffekte außer acht läßt, letztlich im Rahmen eines allgemeinen Gleichgewichtsmodells also partialanalytisch argumentiert: In der hier verwendeten Symbolik wird SOHMENs Gleichung (12-13) zu[3]

$$\text{(6-15)} \qquad \sum_{i=o}^{n} t_i \frac{\partial x_i}{\partial \hat{\tau}_n} = 0 \ ,$$

---

[1] Vgl. z.B. MOSAK [72, 33].

[2] Zu diesem Beispiel vgl. SAMUELSON [94, 268].

[3] Zu beachten ist, daß t_i bei SOHMEN den Steuer<u>satz</u> bezeichnet (unser $\hat{\tau}_i$), während t_i in dieser Arbeit den Steuerbetrag pro Mengeneinheit angibt.

wobei $\hat{\tau}_n$ der (auf den Produzentenpreis bezogene) Steuersatz ist, d.h. $\hat{\tau}_n = t_n/q_n$ (und analog $\hat{\tau}_i = t_i/q_i$). Allerdings hätte SOHMEN diese Optimalbedingung noch weiter ausarbeiten können. Bewertung von $\partial x_i/\partial\hat{\tau}_n$ führt nämlich bei Einbeziehung der Einkommenseffekte zu

$$\frac{\partial}{\partial\hat{\tau}_n} x_i(p_o,p_1,\ldots,p_n,\tilde{I}) = \frac{\partial}{\partial\hat{\tau}_n} x_i(q_o,q_1(1+\hat{\tau}_1),\ldots,q_n(1+\hat{\tau}_n),\tilde{I})$$

$$= \frac{\partial x_i}{\partial p_n} q_n + \frac{\partial x_i}{\partial\tilde{I}} x_n q_n$$

$$= \frac{\delta x_i}{\delta p_n} q_n \quad ,$$

da $\frac{\partial\tilde{I}}{\partial\hat{\tau}_n} = \frac{\partial}{\partial\hat{\tau}_n} \sum_{i=o}^{n} q_i(1+\hat{\tau}_i)x_i = q_n x_n$ ist.

Berücksichtigt man diese Beziehung aber in der Gleichung (6-15), erhält man $\sum_{i=o}^{n} t_i \frac{\delta x_i}{\delta p_n} = 0$, und wegen $\sum_{i=o}^{n} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_n} = 0$ gerade die oben abgeleitete Optimalbedingung (6-13)[1]:

$$\sum_{i=o}^{n} q_i \frac{\delta x_i}{\delta p_n} = 0 \ .$$

Zu erinnern ist daran, daß die oben formulierten Theoreme auf der generellen Annahme konstanter Grenzkosten beruhen. Bei variablen Grenzkosten und konstanten Skalenerträgen konnten keine vergleichbaren Schlußfolgerungen abgeleitet werden. Im nächsten Abschnitt wird nun untersucht, ob bei abnehmenden Skalenerträgen im privaten Produktionssektor ökonomisch sinnvolle Aussagen möglich sind.

[1] Mit $q_n = s_n$.

6.1.2 Abnehmende Skalenerträge im privaten Produktionssektor

Ausgangspunkt dieses Abschnitts ist das Gleichungssystem (6-5) - (6-7). Entsprechend den im Anhang A-6-III angegebenen mathematischen Umformungen ist das Verhältnis von Schatten- zu Marktpreis im Second-Best-Optimum jetzt durch die Beziehung

$$(6\text{-}16) \qquad \frac{s_n}{p_n} = \frac{\sum_{j=1}^{n} \frac{\delta x_o}{\delta p_j} B_{jn} + \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} q_i c_j^{-1} \frac{\partial Y_i}{\partial q_j} B_{jn}}{\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=o}^{n-1} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_j} B_{jn}}$$

gegeben. Dabei ist B_{ij} der Kofaktor des (ij)-ten Elements der Systemmatrix von (A-6-6).

Einige der im vorigen Abschnitt formulierten Theoreme werden hier zuerst unter der Annahme abgeleitet, daß die Faktorfunktionen f^l die spezielle Form

$$(6\text{-}17) \qquad f^l(y_o^l) = \sum_{i=1}^{n-1} f^{il}(y_i^l) \qquad \forall\ l \in V$$

annehmen, <u>verbundene Produktion</u> also ausgeschlossen ist. Dadurch vereinfachen sich die Beweise der folgenden Sätze; die Ergebnisse können aber (unter bestimmten Annahmen) verallgemeinert werden (vgl. S. 95ff).

Die HESSEsche der Produktionsfunktionen (6-17) und wegen (A-2-8) auch $\frac{\partial y_o^l}{\partial q_o}$ bzw. $\frac{\partial Y_o}{\partial q_o}$ sind dann Diagonalmatrizen, so daß die Systemmatrix von (A-6-6) sich zu

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{\delta x_1}{\delta p_1} - c_1^{-1} \frac{\partial Y_1}{\partial q_1}\right) & \cdots & \frac{\delta x_{n-1}}{\delta p_1} & \sum_{i=o}^{n-1} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\delta x_1}{\delta p_{n-1}} & \cdots & \left(\frac{\delta x_{n-1}}{\delta p_{n-1}} - c_{n-1}^{-1} \frac{\partial Y_{n-1}}{\partial q_{n-1}}\right) & \sum_{i=o}^{n-1} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_{n-1}} \\ \frac{\delta x_1}{\delta p_n} & \cdots & \frac{\delta x_{n-1}}{\delta p_n} & \sum_{i=o}^{n-1} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_n} \end{bmatrix}$$

vereinfacht.

Entwicklung nach spaltenfremden Kofaktoren führt zu

$$(6\text{-}18) \qquad \sum_{j=1}^{n} \frac{\delta x_i}{\delta p_j} B_{jn} = c_i^{-1} \frac{\partial Y_i}{\partial q_i} B_{in} \qquad \forall\ i \in \{1,\ldots,n-1\}.$$

Gleichung (6-16) reduziert sich damit auf

$$(6\text{-}19) \qquad \frac{s_n}{p_n} = \frac{\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=o}^{n-1} \frac{1}{c_i} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_j} B_{jn}}{\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=o}^{n-1} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_j} B_{jn}} \quad .$$

Ähnlich wie im Fall konstanter Grenzkosten gilt auch hier:

Sind die von den privaten und dem öffentlichen Unternehmen hergestellten Güter im Konsum unabhängig, stimmen Marktpreis und Grenzkosten für das öffentliche Gut im Second-Best-Optimum überein.

Beweis: Annahmegemäß ist ja $\frac{\delta x_i}{\delta p_n} = 0$ für alle $i \in N$. Da dann für $j=1,\ldots,n-1$ auch die Kofaktoren B_{jn} verschwinden wird Gleichung (6-19) zu

$$\frac{s_n}{p_n} = \frac{\sum_{j=1}^{n} \frac{\delta x_o}{\delta p_j} B_{jn}}{\sum_{j=1}^{n} \frac{\delta x_o}{\delta p_j} B_{jn}} = 1.$$

Auf die Plausibilität dieser Schlußfolgerung wurde schon auf S. 84 hingewiesen.

Analog zum Theorem 6-1 gilt auch in diesem Modellrahmen:

Theorem 6-3

Bestehen zwischen allen Gütern Substitutionsbeziehungen, dann liegt der Monopolgrad für das öffentliche Unternehmen im Second-Best-Optimum zwischen dem größten und kleinsten Wert der gegebenen Steuersätze.

Zum Beweis des Theorems vgl. Anhang A-6-IV.

Die Voraussetzungen des Theorems, Substitutionsbeziehungen zwischen allen Gütern,gelten natürlich wieder für die gleiche Klasse von Nutzenfunktionen wie auf S. 86.

Das letzte Theorem kann unter bestimmten Annahmen auch für den Fall bewiesen werden, daß verbundene Produktion zugelassen ist.
Ausgangspunkt ist dann das Gleichungssystem (A-6-6). Entwickelt man die Systemmatrix jetzt nach spaltenfremden Kofaktoren, erhält man statt (6-18) die Beziehung

$$(6\text{-}20) \qquad \sum_{j=1}^{n} \frac{\delta x_i}{\delta p_j} B_{jn} = \sum_{j=1}^{n-1} c_j^{-1} \frac{\partial Y_i}{\partial q_j} B_{jn} \qquad \forall\ i \in \{1,\ldots,n-1\}.$$

Eingesetzt in (6-16) folgt die formal mit Gleichung (6-19)

völlig übereinstimmende Beziehung

$$(6\text{-}21) \qquad \frac{s_n}{p_n} = \frac{\sum\limits_{j=1}^{n} \sum\limits_{i=o}^{n-1} \frac{1}{c_i} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_j} B_{jn}}{\sum\limits_{j=1}^{n} \sum\limits_{i=o}^{n-1} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_j} B_{jn}} .$$

Zu berücksichtigen ist allerdings, daß die Kofaktoren B_{jn} in (6-21) und (6-19) unterschiedlich sind.
Wesentlich für den Beweisgang des Theorems 6-3 war, daß die Nicht-Diagonalelemente der Systemmatrix positiv sind.[1] Im Fall verbundener Produktion im privaten Produktionssektor muß also $\left(\frac{\delta x_i}{\delta p_j} - c_j^{-1} \frac{\partial Y_i}{\partial q_j}\right) = \left(\frac{\delta x_i}{\delta p_j} + c_j^{-1} \sum\limits_{l \in V} f_{ij}^{l}\right) > 0$ sein.
Hinreichende Bedingung dafür ist, daß, wie oben, alle Güter untereinander Substitute im Konsum und außerdem alle $f_{ij}^{l} \geq 0$ sind. In der Literatur wird in diesem Fall gelegentlich von "verallgemeinerten Substitutionsbeziehungen" gesprochen.[2] Jedenfalls gilt das Theorem 6-4 unter diesen Voraussetzungen mit unveränderter Beweisführung.

Eine konsequente Ausdehnung der partialanalytischen HICKSschen Definition von Substitutions- und Komplementärgütern auf allgemeine Gleichgewichtsmodelle wurde wohl zum ersten Mal und in beeindruckender Weise von BERGSON[3] vorgenommen. Es kann nun gezeigt werden, daß das öffentliche Gut n und ein Gut i genau dann "aggregate net substitutes" bzw. "aggregate net complements" (BERGSON) sind, wenn die Summe $\sum\limits_{j=1}^{n} \frac{\delta x_i}{\delta p_j} B_{jn}$ in den Gleichungen (6-19) bzw. (6-21) größer bzw. kleiner Null ist.

[1] Alle anderen Voraussetzungen des Theorems 6-3 sind erfüllt.
[2] Zum Beispiel von DIXIT [25, 111].
[3] Vgl. BERGSON [6].

Wenn man dann, analog zum Vorgehen auf S. 97 für ein gegebenes $\bar{\tau}$ wieder zwei Teilmengen M_1 und M_2 derart bilden kann, daß die Steuersätze aller zum öffentlichen Gut in aggregierter Substitutionsbeziehung stehenden Güter nicht größer als das $\bar{\tau}$, für alle zum Gut n in aggregierter Komplementärbeziehung stehenden Güter aber größer als dieser Wert sind, können bezüglich des optimalen Quotienten $(p_n-s_n)/p_n$ die gleichen Schlußfolgerungen gezogen werden wie oben. Ökonomisch gehaltvoll werden solche Aussagen jedoch erst dann, wenn hinreichende Bedingungen angegeben werden können, die gewährleisten, daß tatsächlich aggregierte Substitutions- bzw. Komplementaritätsbeziehungen vorliegen. Das ist aber zumindest für aggregierte Komplementaritätsbeziehungen zwischen Gut i und Gut n nicht einfach.

6.2 Berücksichtigung von Produktionsgütern

Produktionsgüter können nach diesen Vorarbeiten recht einfach unter der Voraussetzung berücksichtigt werden, daß das öffentliche Gut n nur als Konsumgut verwendet wird.
Ausgangspunkt der Ermittlung des optimalen Preis-Grenzkosten-Verhältnisses für das öffentliche Gut sind dann die Gleichungen (6-5), (6-6) und die zu

$$s'_* = \gamma'_*$$

erweiterte Gleichung (6-7).

Die Überlegungen und Ableitungen im Anhang A-6-III bleiben bis auf die Tatsache unverändert, daß $\gamma'_\square$ durch $s'_\square$ zu ersetzen ist. Das Gleichungssystem (A-6-6) wird nach einer aus Symmetriegründen vorgenommenen Modifikation zu

$$\begin{bmatrix} \frac{\delta x_o'}{\delta p_o} - [C_{n-1}]^{-1} \frac{\partial Y_o'}{\partial q_o} & \nabla_{p_o} x_n |_u \\ \frac{\delta x_o'}{\delta p_n} & \frac{\delta x_n}{\delta p_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -s_o \\ -s_n \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \nabla_{p_o} x_o + [C_{n-1}]^{-1} \frac{\partial Y_o'}{\partial q_o} q_o \\ \frac{\delta x_o}{\delta p_n} \end{bmatrix} .$$

Das Verhältnis von optimalen Grenzkosten (bzw. Schattenpreis) und Marktpreis für das in den öffentlichen Unternehmen produzierte Konsumgut ist weiterhin durch die Gleichung (6-21) gegeben.
Mit Hilfe der CRAMER-Regel können aus dem obigen Gleichungssystem jetzt auch die optimalen Schattenpreise für die Produktionsfaktoren 1,...,n-1 bestimmt werden.
Auf eine Wiedergabe der entsprechenden Gleichungen wird verzichtet, da es nicht gelungen ist, ökonomisch sinnvolle und einleuchtende Interpretationen abzuleiten.
Das Gleiche gilt für den Fall, daß das von den öffentlichen Unternehmen hergestellte Gut nicht nur von den privaten Haushalten, sondern auch von den privaten Unternehmen erworben wird.
Aus den Gleichungen (6-2) - (6-4) erhält man den optimalen Schattenpreisvektor dann durch[1]

---

1 Dabei wurde die Beziehung $q' \frac{\partial Y}{\partial q_*} = 0$ berücksichtigt.

$$s_*' = -[\nabla x_o|_u' \, C_n - \nabla Y_o]' \left[\frac{\delta x_*}{\delta p_*} C_n - \frac{\partial Y_*}{\partial q_*}\right]^{-1} .$$

Aus den Gleichungen (6-2) und (6-3) ist im übrigen ersichtlich, daß die Differenz zwischen Konsumenten- und Produzentenpreis für das öffentliche Gut im allgemeinen Fall ungleich Null ist. Auch in diesem Modellrahmen sollten die Käufer des öffentlichen Endprodukts, die privaten Haushalte und die privaten Unternehmen, in der Regel unterschiedliche Preise zahlen.

Soviel zur Bestimmung der optimalen Schattenpreise für die öffentlichen Güter bei gegebenen Steuersätzen. Welche steuerpolitischen Maßnahmen zu einer Verbesserung des jeweiligen aktuellen Steuersystems führen, wird im nächsten Kapitel untersucht.

Kapitel 7: Schrittweise Verbesserungen des Steuersystems[1]

In den Vorbemerkungen zu den Kapiteln 6 und 7 wurde die jetzt zu behandelnde Problemstellung schon skizziert. Ausgangspunkt ist demnach das aktuelle Gleichgewicht, das durch gegebene Steuersätze und ein daran angepaßtes optimales Produktionsprogramm des öffentlichen Unternehmens charakterisiert ist. Das für die Ausgestaltung des Steuersystems zuständige Referat der Allokations- oder Kompositionsabteilung (betrachtet werden weiterhin nur Effizienzaspekte) versucht, durch schrittweise Änderung einzelner oder auch aller Steuerbeträge pro Mengeneinheit (bzw. der Steuersätze) eine Verbesserung herbeizuführen. Maximand des gesellschaftlichen Optimierungsproblems war die Nutzenfunktion des einzigen Haushalts dieser Modellökonomie, so daß die konkrete Fragestellung lautet: welche (marginalen) Änderungen des aktuellen Steuersystems führen zu einer nutzenmäßigen Besserstellung des Haushalts? Annahmegemäß sollen diese Entscheidungen unkoordiniert mit der für das Produktionsprogramm des öffentlichen Unternehmens zuständigen Stelle erfolgen. Nimmt man überdies an, daß die Reaktionszeit dieser Stelle auf die durch die Steueränderungen induzierten Variationen des Konsumenten- und Produzentenpreissystems hinreichend lang ist, kann im folgenden von dem durch das Ausgangsgleichgewicht gegebenen Produktionsprogramm des öffentlichen Unternehmens ausgegangen werden.

Die durch die Änderungen des Steuersystems verursachte Änderung des Nutzenniveaus des Haushalts kann am einfachsten und zugleich am elegantesten durch Verwendung der sogenannten Ausgabenfunktion (expenditure function) ermittelt werden. Das Konzept der Ausgabenfunktion wurde zuerst von DIAMOND/Mc FADDEN[2]

[1] Dieses Kapitel lehnt sich eng an die Arbeit von DIXIT [25] an, vgl. ferner GREEN [38] und LLOYD [61].

[2] Vgl. DIAMOND/Mc FADDEN [22].

in die theoretische Finanzwissenschaft eingeführt und erweist sich in vielen Bereichen als überaus nützlich.[1] Die Ableitung und die wichtigsten Eigenschaften der Ausgabenfunktion sollen im folgenden kurz angegeben werden. Auf eine Wiedergabe der Beweise wird allerdings verzichtet und stattdessen auf die einschlägige Literatur verwiesen.[2]

An Stelle der üblichen Maximierungsaufgabe des Haushalts

$$\max \quad u(x)$$
$$\text{u.d.N.} \quad p'x - \tilde{I} = 0$$

geht man zur Ableitung der Ausgabenfunktion von dem dualen Optimierungsproblem

$$\min \quad p'x$$
$$\text{u.d.N.} \quad u(x) - \bar{u} = 0$$

aus.

Der Lösungsvektor x dieses Minimierungsproblems ist im allgemeinen eine Funktion des Preisvektors p und des vorgegebenen Nutzenniveaus $\bar{u}$. Die Ausgabenfunktion ist dann definiert durch

(7-1) $$E(p,\bar{u}) = p'x(p,\bar{u})$$

und ist

(7-2) a in den (positiven) Preisen $p_o,\ldots,p_n$ homogen vom Grade Eins, stetig differenzierbar und konkav;

b streng wachsend und stetig in u.

---

[1] Zur Ermittlung des optimalen Steuersystems mit Hilfe der Ausgabenfunktion vgl. DIAMOND/Mc FADDEN [22], MIRRLEES [71], WIEGARD [105].

[2] Vgl. etwa DIAMOND/Mc FADDEN [22] und MÄLER [64, 113-116] sowie die dort angegebene Literatur.

Ferner gilt

c Die ersten partiellen Ableitungen der Ausgabenfunktion bezüglich der Preise sind gleich den im Haushaltsgleichgewicht nachgefragten Mengen, also $\nabla_p E = x(p,u)$;

d die Matrix der zweiten partiellen Ableitungen der Ausgabenfunktion bezüglich des Preisvektors p, die mit H(E) bezeichnet werden soll, ist gerade gleich der (erweiterten) SLUTZKY-Matrix, d.h. $H(E) = \frac{\delta x}{\delta p}$.

Die folgenden Annahmen sind in diesem Kapitel zu berücksichtigen:
Wie schon bisher wird unterstellt, daß die Mengen der von dem öffentlichen bzw. den privaten Unternehmen angebotenen Güter disjunkt sind und im öffentlichen Unternehmen nur ein Endprodukt hergestellt wird, das ausschließlich von den privaten Haushalten nachgefragt wird. Einschränkend, aber unter dem Gesichtspunkt einer einfacheren Problemanalyse äußerst hilfreich ist die Annahme, daß die Nachfrage nach dem öffentlichen Konsumgut n nur vom eigenen Preis abhängig ist, die nachgefragten Mengen aller anderen Güter aber von p_n unabhängig sind. Die Änderungen des Steuersystems lassen dann die durch das Ausgangsgleichgewicht gegebene Menge und den Preis des öffentlichen Konsumgutes unverändert.
Unter Berücksichtigung dieser speziellen Annahmen ist das diesem Kapitel zugrundeliegende Modell durch folgende Gleichungen charakterisiert:
Im privaten Haushaltsbereich erhält man die (kompensierten) Nachfragefunktionen nach (7-2-c) aus den ersten partiellen Ableitungen der Ausgabenfunktion. Mit Gut 0 als Numéraire ist also

$$(7\text{-}3\text{-}a) \quad \frac{\partial E}{\partial p_o} = x_o(1,p_o;u)$$

(7-3-b) $\nabla_{p_o} E = x_o(1,p_o;u)$.

Die Nachfrage nach Gut n ändert sich annahmegemäß nicht und kann unberücksichtigt bleiben.
Bis auf eine Ausnahme setzen alle Theoreme dieses Kapitels konstante Skalenerträge voraus. Es erscheint deshalb sinnvoll, gleich von der linear homogenen (aggregierten) Produktionsfunktion

(7-4) $y_o = F(y_o)$

und der Gewinnmaximierungsbedingung

(7-5) $-q_o = \nabla F(y_o)$

auszugehen.
Zu berücksichtigen sind schließlich noch die relevanten Marktgleichgewichtsbedingungen

(7-6) $[x_o,x_o'] = [y_o,y_o'] + [\bar{z}_o,\bar{z}_o']$,

die Definitionsgleichungen

(7-7) $t_o' = p_o' - q_o'$

und die Budgetgleichung des Staates

(7-8) $t_o'x_o+L+\bar{p}_n\bar{x}_n+\bar{z}_o+q_o'\bar{z}_o = 0$.

Daß in den Gleichungen (7-7) und (7-8) die Steuerbeträge pro Mengeneinheit, und nicht wie im vorigen Kapitel die Steuersätze vorkommen, ist bedeutungslos. Da von einem bestimmten

Gleichgewichtszustand ausgegangen wird, können die Steuerbeträge pro Mengeneinheit ohne Schwierigkeiten aus den gegebenen Steuersätzen des letzten Kapitels abgeleitet werden.
Zu unterscheiden sind zwei Arten von Variationen der durchschnittlichen Steuerbeträge. Untersucht werden kann zum einen eine Änderung des Steuerbetragsvektors $t_{\square}$ derart, daß das Verbrauchsteueraufkommen unverändert bleibt, also $d(t_{\square}'x_{\square}) = 0$ gilt. Bei konstanten Produzentenpreisen ist dann das Defizit des öffentlichen Unternehmens und damit nach (7-8) auch die Pauschalsteuer konstant, die zur Deckung des über das Verbrauchsteueraufkommen hinausgehenden Defizits erhoben wurde. Bei konstanten Skalenerträgen, aber variablen Produzentenpreisen ändert sich das Defizit auf alle Fälle, so daß kompensierende Pauschalsteuern oder -transfers erhoben werden müssen. Das ist auch dann der Fall, wenn die Variation des Steuerbetragsvektors zu einer Änderung des Verbrauchsteueraufkommens führt.

Werden die Gleichungen (7-3) - (7-8) in geeigneter Weise zusammengefaßt, erhält man das reduzierte Gleichungssystem

$$x_o(1,p_{\square},u) - F(x_{\square}(1,p_{\square},u)-\bar{z}_{\square})-\bar{z}_o = 0$$

$$(7\text{-}9) \qquad t_{\square}- p_{\square} - \nabla F(x_{\square}(1,p_{\square},u)-\bar{z}_{\square}) = 0$$

$$t_{\square}'x_{\square}(1,p_{\square},u)+L + \bar{p}_n\bar{x}_n + \bar{z}_o + q_{\square}'\bar{z}_{\square} = 0$$

Nach Bildung des (ersten) totalen Differentials stehen diesen (n+1) Gleichungen die 2n Variablen $dp_{\square}$, $dt_{\square}$, du, dL gegenüber. Für jeweils gegebene $dt_{\square}$ können die anderen Variablen ermittelt werden - vorausgesetzt das System hat eine Lösung.

Da die Pauschalsteuern L nur in der letzten Gleichung des Systems (7-9) vorkommen, kann diese Gleichung zur Bestimmung der notwendigen Variation der Pauschalsteuern herangezogen

werden. Allerdings interessiert diese Variation im folgenden nicht weiter, so daß diese Gleichung auch außer acht gelassen werden kann.
Über das totale Differential der ersten n Gleichungen von (7-9) kann eine Beziehung zwischen der Änderung des Nutzenniveaus (du) und der Variation des Vektors der durchschnittlichen Steuerbeträge ($dt_{\square}$) hergestellt werden. Im Anhang A-7-I wird gezeigt, daß eine Änderung des Vektors $t_{\square}$ genau dann zu einer Erhöhung des Nutzenniveaus führt, wenn das "Wohlfahrtskriterium"

$$(7\text{-}10) \qquad t_{\square}' \left[\frac{\delta p_{\square}}{\delta x_{\square}} - \frac{\partial q_{\square}}{\partial y_{\square}}\right]^{-1} dt_{\square} > 0$$

erfüllt ist.

Auf der Grundlage dieses Kriteriums sollen jetzt einige Theoreme formuliert und bewiesen werden, die angeben, welche Änderungen der Steuerbeträge pro Mengeneinheit unter welchen Bedingungen eine (nutzenmäßige) Besserstellung des Haushalts zur Folge haben. Bei allen Theoremen wird dabei (falls erforderlich) eine Variation der Pauschalsteuern bzw. -transfers derart unterstellt, daß der konstante Vektor $\bar{z}$ realisiert werden kann, Gleichung (7-8) also erfüllt ist. Darauf wird nicht mehr einzeln hingewiesen.

Generell anzumerken ist, daß einige Theoreme zwar im nachhinein, d.h. nach ihrem streng mathematischen Beweis, auch ökonomisch einleuchteten, aber doch nicht so plausibel sind, daß ihre Richtigkeit durch ausschließlich ökonomische Überlegungen begründet werden konnte.

Einfach abzuleiten ist das[1]

Theorem 7-1

Eine gleiche relative Senkung aller Steuerbeträge pro Mengeneinheit führt zu einer Erhöhung der Wohlfahrt.

---

[1] Vgl. z.B. GREEN [38, 363].

Beweis: Nach Voraussetzung ist $dt_{\square} = -\alpha t_{\square}$, wobei α ein positiver Skalar ist. Damit gilt aber

$$t'_{\square}\left[\frac{\delta p_{\square}}{\delta x_{\square}} - \frac{\partial q_{\square}}{\partial y_{\square}}\right]dt_{\square} = -\alpha t'_{\square}\left[\frac{\delta p_{\square}}{\delta x_{\square}} - \frac{\partial q_{\square}}{\partial y_{\square}}\right]t_{\square} > 0 ,$$

da die Matrix [·] negativ definit ist. Das Wohlfahrtskriterium (7-10) ist also erfüllt.

Dieses Theorem gilt generell: bei konstanten Skalenerträgen und variablen Grenzkosten ist die Matrix [·] negativ definit, ebenso bei abnehmenden Skalenerträgen. In diesem Fall müßte der Modellansatz zwar modifiziert werden, im Ergebnis wäre allerdings lediglich $\frac{\partial q_{\square}}{\partial y_{\square}}$ durch $\sum_{l \in V} \frac{\partial q_{\square}}{\partial y^l_{\square}}$ zu ersetzen. Bei konstanten Skalenerträgen und konstanten Grenzkosten ist $\frac{\partial q_{\square}}{\partial y_{\square}} = 0$, so daß sich [·] auf die (negativ definite) Matrix $\left[\frac{\delta p_{\square}}{\delta x_{\square}}\right]^{-1}$ reduziert. Das "Wohlfahrtskriterium" (7-10) wird bei <u>konstanten Grenzkosten</u> also zu

$$(7\text{-}11) \qquad t'_{\square}\left[\frac{\delta p_{\square}}{\delta x_{\square}}\right]^{-1} dt_{\square} = t'_{\square} \frac{\delta x_{\square}}{\delta p_{\square}} dt_{\square} > 0 .$$

An dieser Stelle sollen kurz die Bedingungen dafür angegeben werden, daß das Ausgangsgleichgewicht mit den gegebenen Steuersätzen und dem daran angepaßten Produktionsvektor $\bar{z}$ ein Second-Best-Optimum darstellt. Eine (marginale) Variation des Vektors der durchschnittlichen Steuerbeträge $t_{\square}$ läßt das Nutzenniveau im Optimum unverändert (da nur das Differential erster Ordnung betrachtet wurde). Im Fall konstanter Grenzkosten bedeutet das, daß die Koeffizienten von dt_i ($i \in \{1,\ldots,n-1\}$) in (7-11) gleich Null sein müssen, also

$$\sum_{i=1}^{n-1} (p_i - q_i) \frac{\delta x_i}{\delta p_j} = 0 \qquad \forall \quad j \in \{1,...,n-1\}$$

gelten muß. Wegen $\sum_{i=1}^{n-1} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_j} = - \frac{\delta x_o}{\delta p_j}$ folgt daraus (für $q_o = 1$)

$$\sum_{i=o}^{n-1} q_i \frac{\delta x_i}{\delta p_j} = 0 \qquad \forall \quad j \in \{1,...,n-1\}.$$

Der Ausgangszustand kann unter diesen Bedingungen durch eine Änderung der Steuerbeträge nicht weiter verbessert werden. Die Übereinstimmung dieser Gleichung mit der im letzten Kapitel abgeleiteten Optimalbedingung (6-13) ist offensichtlich, wenn die leicht veränderten Modellvoraussetzungen berücksichtigt werden.

Bedingungen zur Verbesserung des Ausgangsgleichgewichts bei konstanten Grenzkosten gibt das

Theorem 7-2

Gibt es ein Gut j ($j \in \{1,...,n-1\}$) derart, daß im Ausgangsgleichgewicht die Steuersätze der zu Gut j komplementären Güter nicht größer, die Steuersätze der zu Gut j in Substitutionsbeziehung stehenden Güter aber größer sind als der Steuersatz auf Gut j, führt eine Erhöhung des Steuerbetrages pro Mengeneinheit auf Gut j (oder des Steuersatzes) bei konstanten Grenzkosten zu einer Wohlfahrtserhöhung.

Beweis: Voraussetzungsgemäß gibt es zwei Teilmengen

$$M_a = \left\{ x_i \,\middle|\, \frac{\delta x_i}{\delta p_j} < 0 \text{ und } \tau_i \leq \tau_j \right\} \quad \text{und}$$

$$M_b = \left\{x_k \middle| \frac{\delta x_k}{\delta p_j} > 0 \quad \text{und} \quad \tau_k > \tau_j\right\} \quad \text{mit}$$

$$M_a \cup M_b = \{x_o, \ldots, x_{j-1}, x_{j+1}, \ldots, x_{n-1}\}^1 .$$

Wegen $dt_j > 0$ gilt aufgrund dieser Voraussetzungen[2]

$$\left[\sum_{i \in IM_a} (\tau_i - \tau_j) p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_j} + \sum_{k \in IM_b} (\tau_k - \tau_j) p_k \frac{\delta x_k}{\delta p_j}\right] dt_j > 0 .$$

Berücksichtigt man, daß $\sum_{i=0}^{n-1} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_j} = 0$, folgt aus dieser Ungleichung nach Erweiterung mit $\tau_j p_j \frac{\delta x_j}{\delta p_j}$ die Beziehung

$$\left[\sum_{i=1}^{n-1} \tau_i p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_j}\right] dt_j = \sum_{i=1}^{n-1} t_i \frac{\delta x_i}{\delta p_j} dt_j > 0 .$$

Da nur der durchschnittliche Steuerbetrag (bei konstanten Grenzkosten äquivalent damit: der Steuersatz) auf Gut j erhöht wird, stimmt die letzte Ungleichung mit dem "Wohlfahrtskriterium" (7-11) überein.

Die Voraussetzungen des Theorems 7-2 und die Beweisidee erinnern an die entsprechenden Punkte beim Theorem 6-2 a. Berücksichtigt man die geringfügig voneinander abweichenden Modellannahmen und interpretiert den Quotienten $(p_n - s_n)/p_n$ in Theorem 6-2 a als Steuersatz auf das öffentliche Konsum-

---

[1] Dem liegt die Annahme zugrunde, daß kein Gut von Gut j im Konsum unabhängig ist. Dieser Fall kann allerdings leicht in den Beweis einbezogen werden.

[2] Dabei ist wieder $IM_a = \{i | x_i \in M_a\}$ usw. .

gut, besteht der folgende Zusammenhang zwischen den Theoremen 7-2 und 6-2 a: Unter den Voraussetzungen des Theorems 6-2 a gilt, daß der variable Steuersatz im Second-Best-Optimum größer ist, als der kleinste der Steuersätze auf die Substitute des öffentlichen Gutes. Über das Ausgangsniveau des variablen Steuersatzes wird dabei nichts ausgesagt. Finanzpolitisch relevant ist das Theorem nur dann, wenn eine Neufestsetzung dieses Steuersatzes ohne Beschränkung bezüglich des Ausmaßes der vorzunehmenden Änderung möglich ist. Sind finanzpolitische Maßnahmen dagegen auf marginale Änderungen der Instrumente beschränkt, kann aus Theorem 6-2 a keine Handlungsanweisung für den Finanzpolitiker abgeleitet werden. Theorem 7-2 gibt dagegen hinreichende Bedingungen dafür an, daß eine Änderung des variablen Steuersatzes (oder durchschnittlichen Steuerbetrages) zu einer (nutzenmäßigen) Besserstellung des Haushalts führt. Allerdings ist auch hier der Informationsgehalt nicht allzu groß. Ist der variable Steuersatz im Ausgangsgleichgewicht z.B. kleiner (größer) als der Steuersatz irgendeines Komplementärgutes (Substitutionsgutes), können mit Hilfe von Theorem 7-2 schon keine Aussagen mehr über wohlfahrtserhöhende Änderungen des variablen Steuersatzes abgeleitet werden.

Wie bei Theorem 7-2 beweist man das

Theorem 7-2 a

Eine Senkung des durchschnittlichen Steuerbetrages (oder des Steuersatzes) eines Gutes k führt dann zu einer nutzenmäßigen Besserstellung des Haushalts, wenn die übrigen Güter in zwei disjunkte Mengen

$$M_c = \left\{x_i \middle| \frac{\delta x_i}{\delta p_k} < 0 \quad \text{und} \quad \tau_i \geq \tau_k\right\}$$

$$M_d = \left\{x_j \middle| \frac{\delta x_j}{\delta p_k} > 0 \quad \text{und} \quad \tau_j < \tau_k\right\}$$

mit

$$M_c \cup M_d = \{x_o,\ldots,x_{k-1},x_{k+1},\ldots,x_{n-1}\}$$

aufgeteilt werden können (und die Grenzkosten konstant sind).

Damit erhält man die

Folgerung

Eine Senkung des größten Steuersatzes führt bei konstanten Grenzkosten dann zu einer Wohlfahrtserhöhung, wenn alle Güter untereinander Substitute sind.

In diesem Fall ist die in Theorem 7-2 a definierte Menge M_c leer. Zum Beweis des Satzes braucht dann lediglich noch eine Umbenennung der Güter derart vorgenommen werden, daß das Gut mit dem größten Steuersatz als Gut k bezeichnet wird.
Eine graphische Verdeutlichung ist für den Fall möglich, daß nur zwei Konsumgüter existieren und das Arbeitsangebot konstant ist. Da im Zwei-Güter-Fall nur Substitutionsbeziehungen vorkommen, muß, der obigen Folgerung entsprechend, eine Senkung des größten Steuersatzes (oder Steuerbetrages pro Mengeneinheit) zu einer Wohlfahrtserhöhung führen. Und zwar kann der Haushalt so lange bessergestellt werden, bis beide Steuersätze gleich sind. Die Wirkung der Verbrauchsteuern entspricht dann der einer Pauschalsteuer und die Allokation der Ressourcen ist Pareto-optimal.
Zur Interpretation der folgenden graphischen Darstellung ist es sinnvoll, die durch die Gleichung (A-7-4)[1] gegebene Änderung des Nutzenniveaus explizit zu bewerten. Wenn t_2 der variable Steuerbetrag pro Mengeneinheit ist (nach Voraussetzung ist also $t_2 > t_1$), und da bei konstanten Grenzkosten $Q_{21} = 0$ gilt, erhält man aus (A-7-4) die Gleichung

[1]Vgl. Anhang A, S.190

$$(7\text{-}12) \qquad \frac{du}{dt_2} = \frac{t_1 \frac{\delta x_1}{\delta p_2} + t_2 \frac{\delta x_2}{\delta p_2}}{q_1 \frac{\delta x_1}{\delta u} + q_2 \frac{\delta x_2}{\delta u}}$$

Zur Vereinfachung sollen die Mengeneinheiten der Güter 1 und 2 so gewählt werden, daß die (konstanten) Produzentenpreise gleich Eins sind. Die Transformationsfunktion verläuft unter diesen Annahmen linear und hat die Steigung -1. Das Konsumentenpreisverhältnis ist gegeben durch $(1+t_1)/(1+t_2)$ und ist im Ausgangsgleichgewicht annahmegemäß kleiner als das Produzentenpreisverhältnis. Da effizient produziert wird, soll x^0 in Abbildung 7.1 der im Ausgangsgleichgewicht realisierte Konsumgütervektor sein.[1]

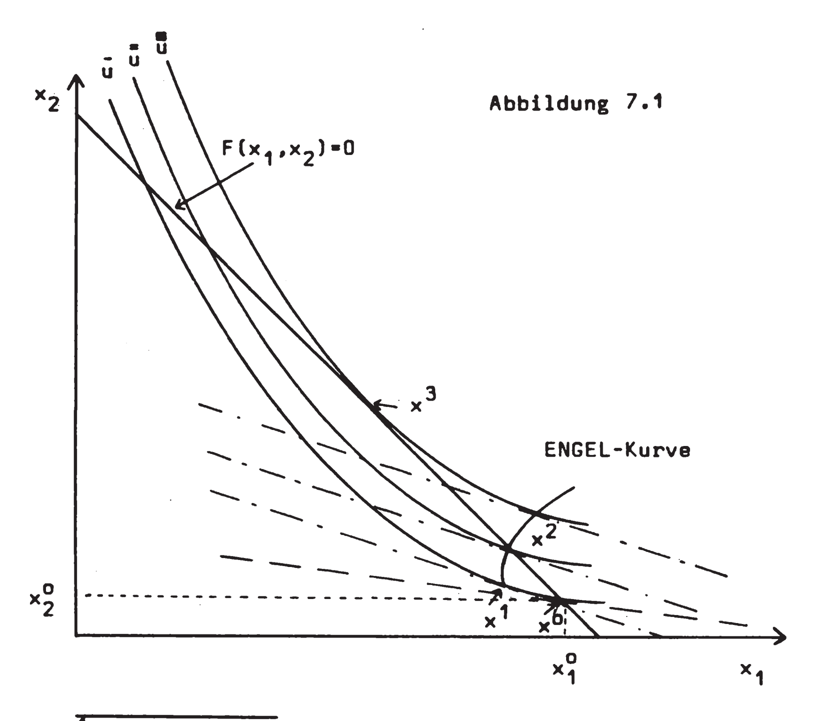


Abbildung 7.1

[1] Zu erinnern ist daran, daß nur ein Haushalt existiert, so daß Transformations- und Indifferenzkurven in ein Diagramm gezeichnet werden können.

Eine Senkung von t_2 führt zu einem größeren Konsumentenpreisverhältnis. Die dadurch bewirkte Nutzenänderung kann entsprechend der Gleichung (7-12) in zwei Effekte zerlegt werden. Im Zähler steht die durch die Steuerbetragsänderung verursachte (gewichtete) Variation der nachgefragten Mengen bei konstantem Nutzenniveau. Graphisch entspricht dem der Übergang von x^0 zu x^1. Der Nenner von (7-12) gibt die durch eine Änderung des Nutzenniveaus bewirkte Variation der nachgefragten Mengen bei konstantem Konsumentenpreisverhältnis an. In der Abbildung 7.1 wird dies durch die Bewegung von x^1 nach x^2 verdeutlicht. Der Vektor x^2 liegt aber auf einem höheren Nutzenniveau. Durch sukzessive Senkung des Steuerbetrages t_2 kann das Nutzenniveau des Haushalts weiter erhöht werden, bis schließlich bei $t_2 = t_1$ Konsumenten- und Produzentenpreisverhältnisse übereinstimmen und mit x^3 ein Pareto-Optimum realisiert ist.

Die Bedeutung der im Anhang getroffenen Annahme $\frac{\delta x_o}{\delta u} + q_o' \frac{\delta x_o}{\delta u} > 0$ (vgl. S. 189) soll an Hand der obigen Graphik im Zusammenhang mit Gleichung (7-12) noch einmal dargestellt werden. Der Zähler in (7-12) ist im Zwei-Güter-Fall negativ.[1] Damit eine Senkung von t_2 eine Nutzenerhöhung bewirkt, muß der Nenner größer Null sein. Wie im Anhang erläutert, ist das auf alle Fälle dann gesichert, wenn kein Gut inferior ist. Diese Situation ist in Abbildung 7.1 dargestellt. Solange die ENGEL-Kurve die Transformationsfunktion "von innen nach außen" schneidet, ist der Nenner aber auch dann positiv, wenn ein Gut inferior ist.[2]

Weitere Möglichkeiten der Verbesserung des Ausgangsgleichgewichts durch eine (marginale) Änderung des Vektors t_o sollen

---

[1] Das wurde für den n-Güter-Fall schon mit Theorem 7-2 a bzw. der sich anschließenden Folgerung bewiesen.

[2] Vgl. dazu auch HATTA [42, 8/9] . Diese Veröffentlichung erschien ebenso wie die von KAWAMATA [50] erst nach Fertigstellung der vorliegenden Arbeit.

jetzt unter der Voraussetzung angegeben werden, daß alle Steuersätze im Ausgangsgleichgewicht übereinstimmen, also $t_\square = \beta p_\square$ gilt. Wenn weiterhin konstante Produzentenpreise angenommen werden, ist das "Wohlfahrtskriterium" durch die Gleichung (7-11) bzw. wegen der Übereinstimmung der Steuersätze durch

$$(7\text{-}13) \qquad \beta p_\square' \frac{\delta x_\square}{\delta p_\square} dt_\square > 0$$

gegeben. Äquivalent damit ist wegen (A-7-2) (vgl. Anhang A, S. 189) die Ungleichung

$$(7\text{-}14) \qquad \beta \nabla_{p_\square} x_0 |_{\bar{u}}' dt_\square < 0 \text{ .}$$

Damit kann das folgende Theorem bewiesen werden.

Theorem 7-3

Stimmen alle Steuersätze im Ausgangsgleichgewicht überein (und sind die Produzentenpreise konstant), kann der Haushalt (nutzenmäßig) dadurch besser gestellt werden, daß die Steuerbeträge pro Mengeneinheit für die zum unbesteuerten Gut komplementären Güter erhöht und für die zu diesem Gut in Substitutionsbeziehungen stehenden Güter gesenkt werden.

Der Beweis folgt sofort aus (7-14), da nach Voraussetzung jeder Summand $\frac{\delta x_0}{\delta p_j} dt_j$ $(j \in \{1,\ldots,n-1\})$ negativ ist.

Da in diesem Modellrahmen Gut 0 (Arbeit) unbesteuert bleibt, konkretisiert Theorem 7-3 die ökonomisch durchaus einleuchtende Empfehlung, die zur Freizeit komplementären Güter dann stärker zu besteuern, wenn eine Besteuerung des Arbeitsein-

kommens nicht möglich ist. Generell kann die Besteuerung der Komplementärgüter eines unbesteuerbaren Gutes ja als indirekter Weg interpretiert werden, auch dieses Gut zu besteuern.

Sind die von den privaten Unternehmen hergestellten Güter im Konsum vom Gut Freizeit (oder Arbeit) unabhängig oder in anderer Interpretation: ist das kompensierte Arbeitsangebot konstant, kann das Nutzenniveau durch Änderungen des Steuersystems nicht mehr erhöht werden. Denn mit $\nabla_{p_o} x_o|_u = 0$ ist nach (7-14) auch du = 0. Das Ausgangsgleichgewicht entspricht unter diesen Bedingungen also einem Second-Best-Optimum. An dieser Stelle ist an das Theorem 5-2 a auf S. 62 zu erinnern. Dort wurde behauptet, daß bei konstanten Produzentenpreisen und $\frac{\delta x_j}{\delta p_o} \frac{\delta p_o}{\delta x_j} = \epsilon_{jo} = 0$ für alle $j \in N$ Proportionalität von Schatten- und Konsumentenpreisvektor hinreichende Bedingung für ein Second-Best-Optimum ist. Da Schattenpreis- und Produzentenpreisvektor bei konstanten Grenzkosten aber übereinstimmen und ferner $\frac{\delta x_j}{\delta p_o} = \frac{\delta x_o}{\delta p_j}$ ist[1], kann Theorem 5-2 a (unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Modellstruktur) als bewiesen gelten.

Einheitliche Steuersätze auf alle Konsumgüter sind nun ökonomisch äquivalent mit der alleinigen Besteuerung des Arbeitseinkommens. Theorem 7-3 kann dann auch dahingehend interpretiert werden, daß die zur Durchsetzung eines gegebenen öffentlichen Produzentenvektors $\bar{z}$ notwendige Besteuerung aus Effizienzgründen mittels indirekter Steuern und nicht durch Einkommensteuern erfolgen sollte. Zu beachten ist allerdings, daß der unter den angegebenen Bedingungen sinnvolle Übergang von einer Besteuerung des Arbeitseinkommens zu einem indirekten Steuersystem in der Regel mit einer Änderung des Steueraufkommens verbunden sein wird. Annahmegemäß wird die Differenz

---

1 Wegen der Symmetrie der Matrix $\frac{\delta x}{\delta p}$.

zum Aufkommen des Ausgangsgleichgewichts durch Pauschalsteuern bzw. -transfers ausgeglichen (vgl. oben S.78).
Das "Wohlfahrtskriterium" und das Ergebnis der Modellanalyse ändern sich, wenn explizit gefordert wird, daß das Aufkommen aus Einkommensteuer und indirekter Steuer übereinstimmt. Die Untersuchung von Wohlfahrtsänderungen unter dieser Annahme geht zurück auf CORLETT/HAGUE[1]. Ihre im Rahmen eines Drei-Güter-Modells abgeleiteten Ergebnisse werden im folgenden für (n-1) Güter abgeleitet.[2] Und zwar gilt das

Theorem 7-4

Bei konstanten Grenzkosten und einheitlichen Steuersätzen im Ausgangsgleichgewicht gilt: eine das Steueraufkommen nicht verändernde Variation der Steuerbeträge pro Mengeneinheit führt dann zu einer Erhöhung der Wohlfahrt, wenn die privaten Konsumgüter, deren durchschnittliche Steuerbeträge gesenkt werden,eine größere (kompensierte) Nachfrageelastizität in bezug auf den Preis des Faktors Arbeit haben, als diejenigen Konsumgüter, deren durchschnittliche Steuerbeträge erhöht werden.

Zum Beweis vgl. Anhang A-7-II.

Die einheitlichen Steuersätze des Ausgangsgleichgewichts sind dann optimal, wenn die (kompensierten) Nachfrageelastizitäten ϵ_{io} $(i \in \{1,...,n-1\})$ übereinstimmen. Anders ausgedrückt: in diesem Fall ist die alleinige Besteuerung des Arbeitseinkommens einem System indirekter Steuern vorzuziehen.

Eine zusammenfassende Interpretation der beiden letzten Theoreme könnte wie folgt lauten: bei konstantem Steueraufkommen führt der Übergang von einer Einkommensteuer zu indirekten Steuern dann nicht zu einer Besserstellung des Haushalts, wenn

---

[1] Vgl. CORLETT/HAGUE [14].
[2] Vgl. auch DIXIT [25, 116/117].

alle (kompensierten) Nachfrageelastizitäten gleich sind. Theorem 7-3 impliziert darüberhinaus: ist der gemeinsame Wert der (kompensierten) Nachfrageelastizitäten gleich Null, kann die Wohlfahrt selbst dann nicht erhöht werden, wenn unterschiedliche Steueraufkommen mit ausgleichenden Pauschalsteuern bzw. -transfers zugelassen werden.

Bei den bisher abgeleiteten Schlußfolgerungen wurde implizit unterstellt, daß nur ein (globales) Optimum existiert. Andernfalls ist es durchaus möglich, daß die auf eine partielle Wohlfahrtssteigerung ausgerichteten Änderungen der durchschnittlichen Steuerbeträge lediglich zu einem lokalen Optimum führen.

Während bisher ausschließlich Effizienzgesichtspunkte betrachtet wurden, sind Verteilungsüberlegungen integraler Bestandteil des nächsten Kapitels.

Kapitel 8: Zwei-Stufen-Tarife und Verteilungseffekte[1]

In diesem Kapitel werden die sogenannten Zwei-Stufen-Tarife behandelt. Darunter wird eine Preisgestaltung für die öffentlichen Güter derart verstanden, daß neben einem (fixen) Preis pro Mengeneinheit von allen (dieses Gut konsumierenden) Haushalten eine einheitliche, mengenunabhängige Grundgebühr zu zahlen ist.[2] In einer Ein-Haushalt-Ökonomie kann eine Pareto-optimale Allokation der Ressourcen dann dadurch herbeigeführt werden, daß die Schattenpreise (bzw. Grenzkosten) der öffentlichen Güter den Marktpreisen angeglichen werden und die wie eine Pauschalsteuer wirkende Grundgebühr so bestimmt wird, daß sie gerade den fixen Kosten entspricht, die durch die - die zunehmenden Skalenerträge in den öffentlichen Unternehmen verursachenden - unteilbaren Produktionsanlagen entstehen. Auch wenn m Haushalte existieren, die sich bezüglich ihrer Präferenzen und/oder Einkommen unterscheiden, kann ein Pareto-Optimum unter der Annahme realisiert werden, daß Verteilungsüberlegungen irrelevant sind: Schattenpreise (bzw. Grenzkosten) und Marktpreise der öffentlichen Güter müssen übereinstimmen, jeder Haushalt hat ein m-tel des Defizits der öffentlichen Unternehmen als Grundgebühr zu zahlen. Setzt man allerdings, wie im dritten Kapitel dieser Arbeit, die Existenz einer sozialen Wohlfahrtsfunktion voraus, ist die Lösung des Allokationsproblems keineswegs so einfach wie oben skizziert. Die Realisierung des dem Maximum der sozialen Wohlfahrtsfunktion entsprechenden Pareto-Optimums impliziert ja dann eine bestimmte allokationsneutrale Umverteilung (mittels Pauschalsteuern), wenn es sich von dem Pareto-Optimum unterscheidet,

---

[1] Zu diesem Kapitel vgl. vor allem FELDSTEIN [30], [31]; MIRRLEES [70]; DIAMOND [21]. Zwei-Stufen-Tarife und eine Budgetbeschränkung für öffentliche Unternehmen behandeln in einem Zwei-Güter-Modell NG/WEISSER [75].

[2] Die privaten Unternehmen sollen annahmegemäß keine Grundgebühr für die Inanspruchnahme der öffentlichen Güter zahlen müssen.
Außerdem wird zur Vereinfachung angenommen, daß die Grundgebühr für die Bereitstellung aller öffentlichen Güter erhoben wird oder aber: daß das öffentliche Unternehmen den Haushalten nur ein Gut anbietet.

das bei einheitlicher Grundgebühr erreicht werden könnte. Werden nun, wie hier, allokationsneutrale Umverteilungsmaßnahmen bzw. äquivalent damit: eine nach Haushalten differenzierte Grundgebühr ausgeschlossen, kann unter Zugrundelegung der in der sozialen Wohlfahrtsfunktion zusammengefaßten Werturteile eine nicht Pareto-optimale Allokation der Ressourcen durchaus einer Pareto-optimalen vorzuziehen sein. Schatten- und Marktpreisvektor werden in einem solchen Fall natürlich nicht mehr übereinstimmen.

Gegenstand auch dieses Kapitels ist also ein Second-Best-Problem, dessen charakteristische Nebenbedingung darin besteht, daß keine Pauschalsteuern, wohl aber eine für alle Konsumenten <u>einheitliche</u> Grundgebühr zugelassen ist. Um die Symbolik nicht noch mehr zu überlasten, kann formal dabei so vorgegangen werden, daß man einfach die Gleichheit der von den Haushalten zu zahlenden Pauschalsteuern L^i (für alle $i \in M$) fordert. In der Literatur wird eine solche Steuer auch als 'poll tax' bezeichnet.[1] In der ökonomischen Wirkung entspricht sie der zu zahlenden Grundgebühr. Nebenbedingung des Second-Best-Problems ist also die Gleichung[2]

(8-1)

$$C(x^1,\dots,x^m,y^1,\dots,y^v,z) = \begin{bmatrix} L^1(x^1)-L^m(x^m) \\ \dots\dots\dots\dots \\ L^{m-1}(x^{m-1})-L^m(x^m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Die Problemstellung besteht dann zum einen in der Ermittlung des optimalen Schattenpreisvektors für die öffentlichen Unternehmen; zum anderen in der Beantwortung der Frage, ob das Defizit des öffentlichen Unternehmens im Second-Best-Optimum

---

[1] Vgl. DIAMOND/MIRRLEES [23; 8, Fn. 3].

[2] Da sich zeigen läßt, daß die Schattenpreise für alle öffentlichen Unternehmen übereinstimmen, kann ohne wesentliche Einschränkung der Allgemeinheit die Existenz nur eines öffentlichen Unternehmens unterstellt werden.

nur durch die Grundgebühren zu decken ist oder ob zusätzlich noch indirekte Steuern auf die privaten Konsumgüter zu erheben bzw. die Preise der öffentlichen Güter nach privaten Haushalten und privaten Unternehmen zu differenzieren sind. Diese Möglichkeiten wurden durch die Beschränkungsgleichungen (8-1) nicht explizit ausgeschlossen, müssen also durchaus in Betracht gezogen werden.[1] Über die Höhe der (einheitlichen) Grundgebühr ist dann im allgemeinen Fall keine genaue Aussage mehr möglich.

Da die soziale Wohlfahrtsfunktion $W = W(u^1,\ldots,u^m)$ Maximand des gesellschaftlichen Optimierungsproblems ist, sind Verteilungsfragen integraler Bestandteil der Problemanalyse und -lösung. Neben den genannten Fragestellungen wird außerdem untersucht, welche Haushalte oder soziale Klassen stärker zur Deckung des Defizits des öffentlichen Produktionssektors herangezogen werden; ferner, für welche Güter die Differenz zwischen Konsumenten- und Schattenpreis bzw. zwischen Konsumenten- und Produzentenpreis vergleichsweise größer sein soll.

Zum Schluß dieses Kapitels wird am Beispiel der Elektrizitätsversorgung zu zeigen versucht, wie die theoretisch abgeleiteten Ergebnisse unter bestimmten vereinfachenden Bedingungen in konkrete (Konsumenten-) Preisbildungsvorschriften umzusetzen sind. Über die Höhe der Grundgebühr können dann auch nähere Angaben gemacht werden. Schon jetzt ist allerdings darauf hinzuweisen, daß dieser Teil ausschließlich heuristischen Charakter hat.

Die Funktionalmatrizen der Gleichung (8-1),

$$\frac{\partial C}{\partial x^i} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \nabla L^{i'} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \; (\leftarrow \text{ i-te Zeile}) \quad \forall\, i \in \{1,\ldots,m-1\}, \quad \frac{\partial C}{\partial x^m} = -\begin{bmatrix} \nabla L^{m'} \\ \vdots \\ \nabla L^{m'} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial C}{\partial y^l} = 0 \qquad \forall\, l \in V, \qquad \frac{\partial C}{\partial z} = 0,$$

[1] In diesem Punkt unterscheidet sich das Vorgehen hier von den zu Beginn des Kapitels genannten Literaturbeiträgen FELDSTEINs.

sind jetzt in die oben abgeleiteten Beziehungen (3-6), (3-8) und (3-10) einzusetzen. Man erhält nach einigen Umformungen[1]

(8-2) $$[p_*-\gamma_*]'\,\frac{\delta X_*}{\delta p_*} = \sum_{i=1}^{m-1}\mu_i\nabla L^{i'}\begin{bmatrix}-p_*'\\ \\ I_n\end{bmatrix}\frac{\delta x_*^i}{\delta p_*} - \sum_{i=1}^{m-1}\mu_i\nabla L^{m'}\begin{bmatrix}-p_*'\\ \\ I_n\end{bmatrix}\frac{\delta x_*^m}{\delta p_*}$$

(8-3) $$q_*' = \gamma_*'$$

(8-4) $$s_*' = \gamma_*' \quad .$$

Als erstes Ergebnis kann festgehalten werden, daß wegen (8-3) und (8-4) die Allokation der Ressourcen im Produktionsbereich insgesamt effizient ist. Das war allerdings zu erwarten, da in die Beschränkungsgleichung (8-1) nur die Variablen $L^i(x^i)$ eingehen, die unmittelbar nur die privaten Haushalte betreffen. Aus (8-2) und (8-3) sieht man ferner, daß im Second-Best-Optimum in der Regel alle privaten Konsumgüter mit einer indirekten Steuer zu belegen und die Preise der öffentlichen Güter nach privaten Konsumenten und privaten Produzenten zu differenzieren sind.
Bei konstanten Skalenerträgen im privaten Produktionssektor wäre statt (3-8) die Gleichung (3-9) zu berücksichtigen, ohne daß sich Gleichung (8-3) dadurch verändern würde. Da sich bestimmte Ableitungen vereinfachen, wenn die Haushalte kein Profiteinkommen aus dem Besitz der privaten Unternehmen beziehen, werden im folgenden konstante Skalenerträge in der Produktion der privaten Güter vorausgesetzt.
Die Budgetgleichung des i-ten Haushalts ist dann
$-L^i = p_*'x_*^i + x_o^i$ und es gilt

---

[1] In Gleichung (8-2) gilt $\frac{\delta X_*}{\delta p_*} = \sum_{i\in M}\frac{\delta x_*^i}{\delta p_*}$.

$$\nabla L^{i'} \begin{bmatrix} -p'_* \\ \\ I_n \end{bmatrix} = \left[\nabla_{x^i_*} L^{i'} - \frac{\partial L^i}{\partial x^i_o} p'_*\right]$$

(8-5)
$$= -\left[x^{i'}_* \frac{\partial p_*}{\partial x^i_*} + p'_* - x^{i'}_* \frac{\partial p_*}{\partial x^i_o} p'_* - p'_*\right]$$

$$= - x^{i'}_* \left[\frac{\partial p_*}{\partial x^i_*} - \frac{\partial p_*}{\partial x^i_o} p'_*\right]$$

$$= - x^{i'}_* \frac{\delta p_*}{\delta x^i_*} \qquad \forall\ i \in M .$$

Gleichung (8-2) wird damit unter Berücksichtigung von (8-3) zu

(8-6) $$t'_* \frac{\delta X_*}{\delta p_*} = - \sum_{i=1}^{m-1} \mu_i \left[x^i_* - x^m_*\right]' \quad .$$

Sind alle Individuen bezüglich ihrer Präferenzen und Einkommen identisch, ist $x^i_* - x^m_* = 0$ für alle $i \in \{1,\dots,m-1\}$. Da die aggregierte SLUTZKY-Matrix $\frac{\delta X_*}{\delta p_*}$ regulär ist, erhält man in diesem Fall $p_* = q_* = s_*$. Das entspricht den Ausführungen zu Beginn des Kapitels: In einer Ein-Haushalt-Ökonomie (bzw. wenn alle Haushalte identisch sind) kann unter Anwendung eines Zwei-Stufen-Tarifs ein Pareto-Optimum realisiert werden. Marktpreis und Grenzkosten in öffentlichen und privaten Unternehmen stimmen überein; das Defizit der öffentlichen Unternehmen wird durch die (einheitliche) Grundgebühr gedeckt.
Unterscheiden sich die Haushalte dagegen in ihren Präferenzordnungen (und/oder Einkommen), sind interessante Schlußfolgerungen dann möglich, wenn die LAGRANGE-Multiplikatoren μ_i in

(8-6) durch andere, ökonomisch besser zu interpretierende Größen ersetzt werden.

In Anhang A-8-I wird gezeigt, daß gilt

$$(8\text{-}7) \qquad -\mu_i = \frac{\partial W}{\partial u^i}\frac{\partial v^i}{\partial I^i} - 1 + t_*' \frac{\partial x_*^i}{\partial I^i} \qquad \forall\ i \in M.$$

Der Ausdruck $\frac{\partial W}{\partial u^i}\frac{\partial v^i}{\partial I^i} + t_*' \frac{\partial x_*^i}{\partial I^i}$ kann als sozialer Grenznutzen des Einkommens interpretiert[1] werden und wird im folgenden einfach mit π^i bezeichnet. Die Komponenten dieses sozialen Grenznutzens des Einkommens sind also einmal der gesellschaftliche Wert der durch Einkommensänderung induzierten Variation der Wohlfahrt, zum anderen die mit dieser Einkommensänderung verbundene Änderung des Steueraufkommens.

Summiert man (8-7) über alle $i \in M$, folgt wegen $\mu_m = -\sum_{i=1}^{m-1} \mu_i$ (vgl. Anhang A-8-I) die Beziehung

$$(8\text{-}8) \qquad 0 = \sum_{i \in M} \left(\frac{\partial W}{\partial u^i}\frac{\partial v^i}{\partial I^i} + t_*' \frac{\partial x_*^i}{\partial I^i} - 1 \right) .$$

Diese Gleichung zeigt dann, daß das arithmetische Mittel der sozialen Grenznutzen des Einkommens gerade gleich Eins ist.

Einsetzen von (8-7) in (8-6) liefert

$$(8\text{-}9) \qquad t_*' \frac{\delta X_*}{\delta p_*} = \sum_{i \in M} (\pi^i - 1) x_*^{i\prime} \qquad .$$

Bei der ökonomischen Interpretation wird zur Verdeutlichung erst einmal angenommen, daß in der betrachteten Volkswirt-

[1] Vgl. DIAMOND [21; 338].

schaft zwei soziale Klassen unterschieden werden können. Sei m_1 bzw. m_2 die Anzahl der innerhalb der einzelnen sozialen Klassen identischen Haushalte $(m_1+m_2=m)$ und x_*^1 bzw. x_*^2 die von den einzelnen sozialen Klassen nachgefragten Güterbündel.

Multipliziert man (8-9) von rechts mit t_*, hat man im Zwei-Klassen-Modell[1]

$$t_*' \sum_{i=1,2} \frac{\delta x_*^i}{\delta p_*} t_* = m_1(\pi^1-1)x_*^{1'} t_* + m_2(\pi^2-1)x_*^{2'} t_*$$

(8-10)
$$= m_1(\pi^1-1)\ [t_*' x_*^1 - t_*' x_*^2]$$

$$< 0 \ ,$$

da die quadratische Form auf der linken Seite negativ definit ist.

Nun hat $(\pi^1-\pi^2)$ das gleiche Vorzeichen wie[2] (π^1-1), so daß auch gilt

(8-11) $$(\pi^1-\pi^2)[t_*' x_*^1 - t_*' x_*^2] < 0 \ .$$

Interpretiert man die Differenz zwischen Konsumenten und Produzentenpreis für die öffentlichen Endprodukte wieder als indirekten Steuerbetrag pro Mengeneinheit, wird das Defizit des öffentlichen Unternehmens durch das Aufkommen aus der Erhebung indirekter Steuern und durch die Grundgebühren gedeckt. Letztere sind aber für alle Haushalte einheitlich, so daß entsprechend (8-11) festgehalten werden kann:

---

[1] Beim ersten Übergang ist zu berücksichtigen, daß nach Gleichung (8-8) $m_1(\pi^1-1) = -m_2(\pi^2-1)$ gilt.

[2] Da $(\pi^1-1) = -\frac{m_2}{m_1}(\pi^2-1) = -\frac{m_2}{m_1}\left(\pi^2 - \frac{m_1\pi^1+m_2\pi^2}{m}\right) = \frac{m_2}{m_1}(\pi^1-\pi^2)$.

Theorem 8-1

Die soziale Klasse mit dem geringeren sozialen Grenznutzen des Einkommens hat im Second-Best-Optimum einen größeren Teil des Defizits zu tragen als die andere Klasse.

Eine Verallgemeinerung ist wie folgt möglich: Man multipliziert Gleichung (8-9) wieder von rechts mit t_* und subtrahiert anschließend auf der rechten Seite die aus (8-8) abgeleitete Beziehung $\sum_{i \in M} (\pi^i - 1)\, \widehat{t_*' x_*} = 0$. Dabei ist $\widehat{t_*' x_*}$ das durchschnittliche Steueraufkommen. Wegen

$$(8\text{-}12) \qquad \sum_{i \in M} (\pi^i - 1) \left[t_*' x_*^i - \widehat{t_*' x_*} \right] < 0$$

ist das Second-Best-Optimum dann im Mehr-Personen-Fall durch eine negative Kovarianz zwischen dem sozialen Grenznutzen des Einkommens und den Steuerzahlungen des Haushalts charakterisiert.

Mit der soeben angegebenen Interpretation der Differenz zwischen Konsumenten- und Produzentenpreis für die öffentlichen Güter reduziert sich die andere zu Beginn des Kapitels erwähnte Problemstellung auf die Untersuchung der Frage, welche Güter mit einem vergleichsweise hohen bzw. niedrigen Steuersatz zu belegen sind. Am einfachsten kann das an Hand der im fünften Kapitel abgeleiteten 'inverse elasticity' Formel dargestellt werden, wenn man dort Verteilungseffekte berücksichtigt. Dazu wird wie oben angenommen, daß die Kreuzpreiselastizitäten der Güter 1,...,n gleich Null sind. Zu erinnern ist daran, daß unter diesen Bedingungen lebensnotwendige Güter (necessities) dann mit einem höheren Satz besteuert werden sollten, wenn nur Effizienzgesichtspunkte relevant sind.[1]

[1]Vgl. etwa WIEGARD [106, 215].

Bei Einbeziehung von Verteilungsüberlegungen ist die Notwendigkeit einer Modifikation offensichtlich.

Ersetzt man π^i in (8-9) wieder durch $\left(\frac{\partial W}{\partial u^i}\frac{\partial v^i}{\partial I^i} + t_*' \frac{\partial x_*^i}{\partial I^i}\right)$,

folgt nach einigen Manipulationen unter den genannten Voraussetzungen die Gleichung

$$(8\text{-}13) \qquad \tau_j = \left[\sum_{i\in M}\frac{\partial x_j^i}{\partial p_j}\cdot\frac{p_j}{x_j^i}\right]^{-1}\cdot\left(\frac{\sum_{i\in M}\frac{\partial W}{\partial u^i}\frac{\partial v^i}{\partial I^i}x_j^i}{X_j} - 1\right).$$

Der erste Faktor auf der rechten Seite gibt den Einfluß der Effizienz-, der zweite Faktor den der Verteilungswirkungen auf den optimalen Steuersatz für das Gut j an.[1] Während bei einer isolierten Effizienzbetrachtung die Steuersätze auf Luxusgüter niedriger sind als auf lebensnotwendige Güter, wirkt der Verteilungseffekt ceteris paribus (d.h. bei vorgegebener Nachfrageelastizität) in der Regel in die andere Richtung. Unterstellt man z.B. eine additive soziale Wohlfahrtsfunktion und nimmt außerdem an, daß sich die Haushalte nur in der Höhe ihres Einkommens unterscheiden[2], wobei der Grenznutzen des Einkommens mit zunehmendem Einkommen abnehmen soll, gilt: je stärker der Konsum des Gutes j bei den höher verdienenden Haushalten konzentriert ist, desto höher sollte (c.p.) das Gut besteuert werden. Eine genauere Analyse der Wirkungen von Effizienz- und Verteilungsfaktor kann

---

[1] Der erste Summand in der Klammer entspricht FELDSTEINs 'distributional characteristic'; vgl. FELDSTEIN [31].

[2] Gleichung (8-13) wurde zwar hier nur unter der Annahme identischer Einkommen abgeleitet; es kann allerdings gezeigt werden, daß (8-13) auch bei unterschiedlichen Einkommen gilt; vgl. z.B. PESTIEAU [80].

allerdings nur unter Zugrundelegung konkreter Funktionen erfolgen. Am folgenden einfachen Beispiel eines Drei-Güter-Zwei-Personen-Modells können diese Zusammenhänge verdeutlicht werden. Vorausgesetzt wird eine additive soziale Wohlfahrtsfunktion mit $\frac{\partial W}{\partial u^k} = 1$ für $k \in \{1,2\}$. Die beiden Haushalte haben identische Nutzenfunktionen der Form

$$u(x^k) = \sum_{i=o}^{2} \log x_i^k ,$$

unterscheiden sich aber in der Höhe ihres Einkommens.
Aus dem Maximierungsproblem des k-ten Haushalts

$$\max \quad u(x^k)$$

$$\text{u.d.N.} \quad p'x^k + L - I^k = 0$$

erhält man die Nachfragefunktionen

$$x_j^k = \frac{I^k - L}{3\, p_j} \qquad \forall\ j \in \{0,1,2\} \quad , \qquad k \in \{1,2\}$$

mit

$$\frac{\partial x_j^k}{\partial p_i} \frac{p_i}{x_j} = \begin{cases} -\frac{1}{3} & \text{für } i = j \\ 0 & \text{für } i \neq j \end{cases} \qquad i,j \in \{0,1,2\} .$$

Nun ist

$$\frac{\partial v}{\partial I^k} = \sum_{i=o}^{2} \frac{\partial u}{\partial x_i^k} \frac{\partial x_i^k}{\partial I^k} = \frac{1}{9} \sum_{i=o}^{2} \frac{1}{p_i x_i^k} = \frac{1}{9\, \tilde{I}^k} \quad .$$

Eingesetzt in (8-13), ist der optimale Steuersatz gegeben durch

$$\tau_j = -\left[\frac{(x_j^1/g\ \tilde{I}^1 + x_j^2/g\ \tilde{I}^2)}{X_j} - 1\right] \qquad \text{für} \quad j \in \{1,2\}.$$

Nimmt man zur Verdeutlichung einmal an, daß $X_1 = X_2$ ist, gilt

$$\text{sign}\ (\tau_1 - \tau_2) = \text{sign}\ \left\{\tilde{I}^2(x_2^1 - x_1^1) + \tilde{I}^1(x_2^2 - x_1^2)\right\}$$

$$= \text{sign}\ \left\{(\tilde{I}^2 - \tilde{I}^1)(x_2^1 - x_1^1)\right\}.$$

Aus der letzten Gleichung ist ersichtlich, daß das Gut stärker zu besteuern ist, das in größerer Menge von dem Haushalt mit dem höheren Einkommen konsumiert wird.[1] Zu der gleichen Schlußfolgerung kommt man im übrigen, wenn unterschiedliche Nutzenfunktionen z.B. der Form

$$u(x^k) = b_o^k \log(x_o^k + \rho^k) + \sum_{i=1,2} b_i^k \log x_i^k \ , \ \sum_{i=o}^{2} b_i^k = 1,$$

aber einheitliche Einkommen $I^k = 0$ unterstellt werden.[2]

Haben alle Haushalte gleiche Präferenzen und gleiches Einkommen, ist der zweite Faktor auf der rechten Seite von (8-13) wegen $\frac{\partial W}{\partial u^k} \frac{\partial v^k}{\partial I^k} = \beta$ für alle $k \in W$ vom Index j unabhängig und man erhält das im fünften Kapitel abgeleitete Ergebnis:

[1] Sind alle Individuen identisch, stimmen die (optimalen) Steuersätze überein, da die rechte Seite der letzten Gleichung gleich Null ist. Das entspricht dem auf S. 65 der Arbeit abgeleiteten Ergebnis für Nutzenfunktionen der sogenannten BERGSON-Klasse.

[2] Vgl. das Beispiel bei DIAMOND/MIRRLEES [23; 266 f].

die optimalen Steuersätze variieren umgekehrt proportional zur jeweiligen Preiselastizität der Nachfrage.
Würden die Steuersätze nur nach Effizienzgesichtspunkten festgelegt, d.h. implizit für alle Individuen gleiche $\frac{\partial W}{\partial u^k} \frac{\partial v^k}{\partial I^k}$ unterstellt, während sich die Haushalte tatsächlich z.B. bezüglich ihrer Einkommen unterscheiden[1], wäre mit diesem Vorgehen ein regressives Verteilungsurteil im folgenden Sinne verbunden: Haushalten mit vergleichsweise höherem Einkommen (d.h. niedrigerem Grenznutzen des Einkommens) würde implizit ein höheres "gesellschaftliches Gewicht" $\left(\frac{\partial W}{\partial u^k}\right)$ beigemessen, da die $\frac{\partial W}{\partial u} \frac{\partial v}{\partial I}$ ja annahmegemäß für alle Haushalte gleich sind.[2]
Haushalte mit niedrigerem Einkommen wären dann (implizit) auch noch in der gesellschaftlichen Rangordnung diskriminiert.

Die bisher abgeleiteten Schlußfolgerungen können und sollen nicht mehr als einen ersten Einblick vermitteln in die durch Berücksichtigung von Verteilungsgesichtspunkten notwendig gewordenen Modifikationen einiger der bisher erhaltenen Ergebnisse. Konkrete finanzpolitische Handlungsvorschriften sind allerdings schwierig abzuleiten. Insbesondere ist es nicht gelungen, allgemeingültige Aussagen über die Höhe der Grundgebühr zu machen, etwa derart, daß $L^i \gtrless 0$ sein sollte.

Ein numerisches Beispiel[3]

Ist man bereit, einige drastische Vereinfachungen der Modellannahmen und -struktur in Kauf zu nehmen, kann sowohl die Grundgebühr näher bestimmt als auch der Einfluß von Verteilungs-

---

[1] ... wobei der Grenznutzen des Einkommens mit zunehmendem Einkommen wieder abnehmen soll ... .

[2] Vgl. auch PESTIAEU [80].

[3] Zu den folgenden Ausführungen vgl. FELDSTEIN [30], [31]. Der Modellansatz wurde allerdings stark aufbereitet und modifiziert. Darauf sind die unterschiedlichen Ergebnisse zurückzuführen.

urteilen auf den optimalen Preis eines öffentlichen Gutes anhand eines numerischen Beispiels aufgezeigt werden. Außer auf die zum Teil heroischen Annahmen ist darauf hinzuweisen, daß die zur Illustration verwendeten empirischen Daten in der Regel nicht unter den hier gesetzten Annahmen abgeleitet wurden. Das Beispiel vermag also - über den rein heuristischen Zweck hinaus - günstigstenfalls zu zeigen, mit welch enormen Schwierigkeiten bei der praktischen Umsetzung der auf theoretischer Basis ermittelten Optimalpreise (beim gegenwärtigen Stand der empirischen Forschung) zu rechnen ist. Keinesfalls sollten die folgenden Ausführungen also als praktisch mögliche bzw. sinnvolle Handlungsanweisung überinterpretiert werden.
Es werden weiterhin Kreuzpreiselastizitäten von Null vorausgesetzt, so daß Gleichung (8-13) Ausgangspunkt dieses Abschnitts ist.
Die wesentlichen zusätzlichen Annahmen bzw. Modifikationen sind:

- es wird nur ein öffentliches Gut (Gut n) produziert, das ausschließlich von den privaten Haushalten erworben wird. Der Steuersatz τ_n in Gleichung (8-13) ist dann durch $\frac{(p_n - s_n)}{p_n}$ zu ersetzen.

- die einzelnen Haushalte unterscheiden sich nur durch die Höhe ihres Einkommens;

- die Nachfrage des k-ten Haushalts nach dem öffentlichen Gut hängt nur von seinem Preis und dem Einkommen dieses Haushalts ab[1] und sei gegeben durch

$$x^k = a\, p_n^{\omega_1} (I^k)^{\omega_2} \tag{8-14}$$

- der soziale Grenznutzen des Einkommens ist nur vom Einkommen abhängig und nimmt mit dessen Zunahme ab;

[1] Der Einfluß der Grundgebühr soll so gering sein, daß er vernachlässigt werden kann.

- die Verteilung der Haushaltseinkommen kann durch die relative Dichtefunktion $f(I)$ approximiert werden. Die Anzahl der Haushalte mit einem Einkommen von I^o ist dann $m\, f(I^o)dI$ (wenn m wieder die Gesamtzahl der Haushalte ist). Es gilt

(8-15) $$\int_0^\infty f(I)dI = 1 .$$

Die Gesamtnachfrage nach Gut n im Nenner des Klammerausdrucks von (8-13) wird dann zu $\int_0^\infty x_n f(I)dI$. Mit der Definition $\beta(I) = \frac{\partial W}{\partial u}\frac{\partial v}{\partial I}$ ist der Zähler durch $\int_0^\infty \beta(I)x_n f(I)dI$ zu ersetzen;

- die mathematische Analyse vereinfacht sich stark, wenn im relevanten Outputbereich nicht wie bisher von abnehmenden, sondern von konstanten Grenzkosten in der Produktion des öffentlichen Konsumgutes ausgegangen wird. Gleichung (8-13) wird dann zu

$$\frac{p_n - s_n}{p_n} = \left[\frac{\partial x_n}{\partial p_n}\frac{p_n}{x_n}\right]^{-1}\left[\frac{\int_0^\infty \beta(I)x_n f(I)dI}{\int_0^\infty x_n f(I)dI} - 1\right]$$

bzw., bei Berücksichtigung von (8-14) zu

(8-16) $$\frac{p_n - s_n}{p_n} = \omega_1^{-1}\left[\frac{\int_0^\infty \beta(I)I^{\omega_2}f(I)dI}{\int_0^\infty I^{\omega_2}f(I)dI} - 1\right] .$$

Zur Ableitung konkreter Ergebnisse muß das durch $\beta(I)$ zum Ausdruck kommende Verteilungsurteil spezifiziert werden. Eine soziale Grenznutzenfunktion mit konstanter Elastizität

ist einerseits einfach zu handhaben, andererseits in der Literatur nicht ungewöhnlich.[1] Sei also

(8-17) $\beta(I)=I^{-x}$.

Je größer x, desto egalitärer ist das Verteilungsurteil in dem Sinne, daß den Beziehern niedriger Einkommen ein höherer "gesellschaftlicher Wert" zugeordnet wird.
Gleichung (8-16) reduziert sich damit auf

(8-18) $$\frac{p_n-s_n}{p_n} = \omega_1^{-1}\left[\frac{\int_0^\infty I^{\omega_2-x} f(I)dI}{\int_0^\infty I^{\omega_2} f(I)dI}-1\right] .$$

Nimmt man nun noch an, daß die Haushaltseinkommen logarithmisch normalverteilt sind, kann daraus nach längeren, im Anhang A-8-II wiedergegebenen mathematischen Manipulationen die Gleichung

(8-19) $$\frac{p_n}{s_n} = \frac{\omega_1}{\omega_1+1-\mu_I^{-x}\left(1+\sigma_I^2/\mu_I^2\right)^{\frac{1}{2}x(x-2\omega_2+1)}}$$

abgeleitet werden. Dabei sind μ_I bzw. σ_I Mittelwert bzw. Standardabweichung der beobachtbaren Werte I^k ($\forall k \in M$). Diese Größen können ebenso wie Preis- und Einkommenselastizitäten öffentlicher Güter prinzipiell empirisch ermittelt werden, so daß das Verhältnis von Marktpreis und Grenzkosten für das öffentliche Gut nur noch eine Funktion des Verteilungsparameters x ist.
Da in der deutschsprachigen Literatur die Preis- und Einkommenselastizitäten für öffentliche Güter wohl noch nicht ermittelt wurden, die dazu notwendigen ökonometrischen Arbeiten aber recht umfangreich, für diesen sowieso nur heuristi-

---

[1] Zum Beispiel arbeitet MAITAL [65] in anderem Zusammenhang unter Hinweis auf empirische Untersuchungen mit einer ähnlichen Funktion; ebenso ROSE [87].

schen Abschnitt der Arbeit jedenfalls, zu aufwendig wären, wird auf Ergebnisse amerikanischer Untersuchungen zurückgegriffen. Ohne auf Einzelheiten der ökonometrischen bzw. statistischen Berechnungen einzugehen, werden von FELDSTEIN Mittelwert und Standardabweichung der Einkommensverteilung[1] mit

$$\mu_I = 8\ 168\ \$$$

und $$\sigma_I = 6\ 070\ \$$$

übernommen. Als öffentliches Gut wird, ebenfalls in Anlehnung an FELDSTEIN, die Bereitstellung von Elektrizität gewählt[2], mit der

Preiselastizität $\omega_1 = -0,345$

und der

Einkommenselastizität $\omega_2 = 0,387$.

Werden diese Werte nun in die Gleichung (8-19) eingesetzt, erhält man die folgende Wertetabelle

x	-1	-0,8	-0,6	-0,4	-0,2	-0,1	0
$\frac{p_n}{s_n}$	0,00001	0,0002	0,0015	0,0094	0,0639	0,1917	1

x	0	0,02	0,04	0,05	...
$\frac{p_n}{s_n}$	1	1,904	7,8409	-21,97	...

[1] Vgl. FELDSTEIN [30]. Die Haushaltseinkommen umfassen dabei allerdings auch die Arbeitseinkommen.

[2] Einen kritischen Literaturüberblick über die verschiedenen Ansätze der Ermittlung von Nachfragefunktionen nach Elektrizität gibt TAYLOR [101].

Auffallend ist dabei, daß der Quotient $\frac{p_n}{s_n}$ für $x > 0{,}04$ negativ ist. Bei positiven Grenzkosten müßte der Preis für Elektrizität also negativ sein, eine ökonomisch sicherlich unsinnige Schlußfolgerung. Eine nähere Betrachtung der Funktion $\frac{p_n}{s_n}(x)$ legt die Annahme nahe, den Preis für Elektrizität in diesen Fällen gleich unendlich zu setzen. Dieses Vorgehen impliziert aber auf alle Fälle eine negative Grundgebühr (d.h. eine einheitliche Subvention), da der Marktpreis bei $x > 0{,}04$ sicherlich die Durchschnittskosten übersteigt. Die Grundgebühr für das öffentliche Gut muß aber ihrem Charakter nach größer oder gleich Null sein.[1] Bei den Werten des Verteilungsparameters x für die $\frac{p_n}{s_n} < 0$, bzw. nach Annahme $p_n = \infty$ gilt, liegt die Schlußfolgerung nahe, daß keine Grundgebühr für das öffentliche Gut erhoben werden sollte. Ein etwaiges Defizit des öffentlichen Unternehmens im Second-Best-Optimum ist in diesem Fall durch die Erhebung indirekter Steuern auszugleichen, deren Sätze dem Verteilungsziel entsprechend zu bestimmen sind. Dieses Ergebnis ist auch ökonomisch einleuchtend: positive Werte des Verteilungsparameters in (8-17) bedeuten ja, daß den Beziehern niedriger Einkommen ein größeres gesellschaftliches Gewicht beigemessen wird als den Beziehern hoher Einkommen. Eine positive Grundgebühr konfligiert aber mit diesem Werturteil, da sie regressive Verteilungswirkungen in dem Sinne hat, daß sie die Bezieher hoher Einkommen (relativ) geringer belastet. Unter der Annahme, daß das durch Gleichung (8-17) konkretisierte Verteilungsurteil für die finanzpolitische Praxis relevant ist, kann aus einer positiven Grundgebühr bei gleichzeitiger Erhebungsmöglichkeit von indirekten Steuern auf eine gesellschaftliche Höherschätzung der besser verdienenden Haushalte geschlossen werden - vorausgesetzt, das aktuelle Gleichgewicht entspricht dem bestmöglichen .

---

[1] Diese Nebenbedingung wurde allerdings im obigen Maximierungsproblem formal nicht berücksichtigt.

Erwähnenswert ist noch, daß Marktpreis und Grenzkosten für das öffentliche Gut übereinstimmen sollten, wenn allen Individuen das gleiche gesellschaftliche Gewicht zugeordnet wird. Daraus kann allerdings noch nicht gefolgert werden, daß das realisierte Gleichgewicht auch ein Pareto-Optimum ist.

Noch einmal soll darauf hingewiesen werden, daß diese Ausführungen nicht als direkte Empfehlung für die preispolitische Praxis öffentlicher Unternehmen überinterpretiert werden dürfen. Gezeigt werden sollte anhand eines numerischen Beispiels lediglich, welche Auswirkungen unterschiedliche Verteilungsurteile auf den optimalen Preis eines öffentlichen Gutes haben, wie die reine Effizienzbetrachtung also in der Tendenz zu modifizieren ist. Dabei sollte einerseits deutlich geworden sein, daß eine Umsetzung der theoretisch abgeleiteten Ergebnisse zwar grundsätzlich möglich sein dürfte, daß das aber andererseits beim gegenwärtigen Erkenntnisstand der empirischen Forschung mit enormen Schwierigkeiten bzw. der Notwendigkeit drastischer Vereinfachungen verbunden ist.

Kapitel 9: Produktion von Gütern mit Kollektivkonsumeigenschaft[1]

In diesem neunten und letzten Kapitel des zweiten Teils wird angenommen, daß die in den öffentlichen Unternehmen hergestellten Güter Kollektivkonsumeigenschaft haben, d.h. in gleichem Umfang in die Nutzenfunktionen aller m Haushalte eingehen. Diese Güter werden im folgenden als Kollektivgüter bezeichnet. Vielleicht sollte noch einmal darauf hingewiesen werden, daß die Bereitstellung solcher Güter durch staatliche Instanzen zwar dann naheliegend (wenn auch nicht zwingend) ist, wenn bestimmte Phänomene vorliegen, - wie z.B. Nichtrealisierbarkeit des Ausschlußprinzips - daß daraus aber keineswegs auch die Notwendigkeit der Produktion von Kollektivgütern in öffentlichen Unternehmen abzuleiten ist.
Formal kann das gesellschaftliche Optimierungsproblem bei Existenz von Kollektivgütern durchaus mit dem im 3. Kapitel entwickelten allgemeinen Second-Best-Ansatz gelöst werden. Als Nebenbedingung wäre einfach zu berücksichtigen, daß die konsumierten Mengen bestimmter Güter für alle Individuen gleich sind. Ein solches Vorgehen erscheint vom ökonomischen Standpunkt allerdings wenig sinnvoll, da die Bedingungen erster Ordnung des gesellschaftlichen Optimierungsproblems bei Existenz von Kollektivgütern keine 'zweitbeste', sondern eine Pareto-optimale Allokation der Ressourcen charakterisieren. Die Kollektivkonsumeigenschaft eines Gutes kann ökonomisch nicht einfach als Beschränkung der von den Haushalten konsumierten Mengen (rivaler) Güter interpretiert werden, sondern beinhaltet eben eine qualitativ andere Gutsart. Dem entspricht die folgende Überlegung: Während man bei den bisher behandelten Problemen die Marginalbedingungen

---

[1] Zu diesem Kapitel vgl. insbesondere STIGLITZ/DASGUPTA [99] und ATKINSON/STERN [3].

eines Pareto-Optimums aus dem allgemeinen Second-Best-Ansatz einfach dadurch erhalten konnte, daß man die den 'zusätzlichen' Nebenbedingungen zugeordneten LAGRANGE-Multiplikatoren gleich Null setzte, würde das im Rahmen des im 3.Kapitel angegebenen Modells bei Existenz von Kollektivgütern bedeuten, daß man eben diese Kollektivgüter aus dem Modell eliminiert.

In diesem Kapitel sollen wieder nur die Effizienzaspekte der staatlichen Güterproduktion behandelt werden, so daß man annehmen kann, daß die m Haushalte bezüglich ihrer Präferenzordnungen und Einkommen identisch sind. Auf der Produktionsseite des Modells werden sowohl in den privaten als auch in dem öffentlichen Unternehmen linear homogene Produktionsfunktionen unterstellt. Im privaten Produktionssektor wird wieder mit einer aggregierten Produktionsfunktion gearbeitet und im öffentlichen Sektor zur Vereinfachung die Existenz nur eines Unternehmens angenommen. Sei nun $x_\square^k$ der vom k-ten Haushalt konsumierte und in den privaten Unternehmen hergestellte Gütervektor. Da die Haushalte annahmegemäß identisch sind, ist $\sum_{k \in M} x_\square^k = mx_\square$. Der allen Haushalten in gleichem Umfang zur Verfügung stehende Kollektivgütervektor wird mit x_+ bezeichnet. Diese Güter werden unter Einsatz des Faktors Arbeit und der von den privaten Unternehmen bezogenen Produktionsfaktoren $z_\square$ in dem öffentlichen Unternehmen produziert.
Eine additive soziale Wohlfahrtsfunktion

$$(9\text{-}1) \qquad mu(x_0, x_\square, x_+)$$

kann unter den erwähnten Annahmen als Zielfunktion des gesellschaftlichen Optimierungsproblems angenommen werden. Nebenbedingungen sind dann die Produktionsfunktionen

$$(9\text{-}2) \qquad y_0 - F(y_\square) = 0$$

(9-3) $z_o - g(z_o, x_+) = 0$

und die Marktgleichgewichtsbedingungen

(9-4) $m[x_o, x_o'] - [y_o, y_o'] - [z_o, z_o'] = 0$.

(Die Marktgleichgewichtsbedingungen für die Kollektivgüter $x_+ = z_+$ wurden gleich in (9-3) berücksichtigt.)

Notwendig für ein Maximum des gesellschaftlichen Optimierungsproblems sind die Bedingungen

(9-5) $\frac{1}{u_o} \nabla_{x_o} u = -\nabla F = -\nabla_{z_o} g$

und

(9-6) $m \frac{1}{u_o} \nabla_{x_+} u = -\nabla_{z_+} g$.

Gleichung (9-5) postuliert die Gleichheit der Grenzraten der Substitution zwischen Arbeit und den privaten Gütern für alle Haushalte und für alle Unternehmen im privaten und staatlichen Produktionssektor. Gleichung (9-6) besagt, daß im Optimum die Summe der Grenzraten der Substitution zwischen einem Kollektivgut und dem Numéraire (Arbeit) gleich dem entsprechenden (inversen) Grenzprodukt im öffentlichen Unternehmen ist.

Von diesen die Pareto-optimalen Mengenkombinationen bestimmenden Bedingungen zu unterscheiden sind die institutionellen Arrangements, die zur Realisierung eines Pareto-Optimums führen.[1] Über Marktbeziehungen oder Verhandlungen zwischen den Haushalten allein ist die Erreichung eines optimalen

[1] Mit dieser Frage beschäftigen sich u.a. BUCHANAN [12] und BOEDECKER [8, Kap. 7].

Zustandes nicht unbedingt gesichert, da die Haushalte jedenfalls dann keinen Anlaß haben, ihre Präferenzen für die Kollektivgüter zu offenbaren, wenn die Anzahl der Haushalte nur groß genug und ein Ausschluß vom Konsum (aus technischen Gründen bzw. wegen zu hoher Kosten) nicht möglich ist. Wenn man die Existenz einer umfassend unterrichteten staatlichen Stelle unterstellt, die insbesondere die relevanten Grenzraten der Substitution im Haushaltsbereich kennt (also SAMUELSONs[1] 'Schiedsrichter' entsprechen würde), sind bestimmte institutionelle Arrangements zur Realisierung einer Pareto-optimalen Allokation denkbar. Die Standardlösung besteht in der Bestimmung von "Pseudo-Steuer-Preisen", die mit den jeweiligen Grenzraten der Substitution der einzelnen Individuen übereinstimmen und in der Regel von Individuum zu Individuum variieren.[2]
Der von jedem Individuum bzw. Haushalt zu zahlende Steuerbetrag würde dem Produkt aus Grenzrate der Substitution (bzw. "Pseudo-Steuer-Preise") und der optimalen Menge des Kollektivgutes entsprechen.
Im Rahmen dieser Arbeit ist eine andere Lösung der institutionellen Ausgestaltung des Allokationsproblems naheliegend. Ein Pareto-Optimum kann nämlich auch dann realisiert werden, wenn den Managern des öffentlichen Unternehmens als Schattenpreisvektor gerade der Vektor $m \frac{1}{u_0} \nabla_{x_+} u$ mit der Auflage vorgegeben wird, die Gewinne zu <u>maximieren</u>.[3] Bedingung erster Ordnung für ein Gewinnmaximum ist dann ja gerade die Gleichung (9-6). Wenn keine "Verkaufserlöse" aus der Bereitstellung der Kollektivgüter anfallen, müssen die Produktionskosten durch

---

[1]Vgl. SAMUELSON [93].

[2]Dabei wurde natürlich die Annahme aufgehoben, daß alle Individuen identisch sind.

[3]Der Unterschied zu den übrigen Kapiteln, in denen ja die Gewinn<u>minimierung</u> bei vorgegebenen Schattenpreisen als rationale Verhaltensweise gefordert wurde, ist auf die in diesem Kapitel getroffene Annahme konstanter Skalenerträge im öffentlichen Unternehmen zurückzuführen.

Pauschalsteuern aufgebracht werden, damit die Allokation der Ressourcen Pareto-optimal ist. Inwieweit die einzelnen Haushalte mit diesen Pauschalsteuern belastet werden, ist eine Verteilungsfrage, die an dieser Stelle nicht interessiert.

Für die finanzpolitische Praxis dürften die bisher angestellten Überlegungen allerdings nicht allzu relevant sein. Insbesondere zwei Möglichkeiten der Erweiterung des Untersuchungsfeldes bieten sich an. Zum einen könnte man die Annahme aufgeben, daß eine nahezu allwissende staatliche Instanz existiert. Zu entwickeln wären dann Methoden bzw. Anreizsysteme, die die Haushalte veranlassen, ihre Präferenz für Kollektivgüter zu offenbaren. Vom finanzpolitischen Standpunkt relevanter (und der Problemstellung dieser Arbeit angepaßter) ist eine Modifikation dahingehend, daß Pauschalsteuern nicht erhoben werden können und das Defizit des öffentlichen Unternehmens durch Verbrauchsteuern zu decken ist. Die Kenntnis der ('wahren') Nachfragefunktionen nach Kollektivgütern durch staatliche Instanzen wird also weiterhin vorausgesetzt.[1]
Mit der Erhebung indirekter Steuern auf die privaten Konsumgüter kann nur noch eine zweitbeste Allokation der Ressourcen realisiert werden.[2]

---

[1]Diese Annahme ist vielleicht doch nicht ganz so einschränkend, wie es auf den ersten Blick scheinen mag. Wenn man glaubt, die Präferenzen eines Individuums bezüglich der "freiheitlich demokratischen Grundordnung" z.B. aufgrund lang zurückliegender Ereignisse (wie Verteilen eines Flugblattes) feststellen zu können, müßte es doch prinzipiell auch möglich sein, die vermeintlichen Präferenzen bezüglich der Bereitstellung von Kollektivgütern zu bestimmen (z.B. durch eine sinnvolle Reallokation der durch den Verfassungsschutz in Anspruch genommenen Ressourcen).

[2]Anzumerken ist, daß sich diese Problemstellung wesentlich von der von ROSE [87] behandelten Möglichkeit der fiskalischen Realisation eines Pareto-Optimums durch Mengensteuern unterscheidet. Einerseits werden dort die Mengensteuern auf die Kollektivgüter erhoben; andererseits wird bei ROSE den einzelnen Haushalten sowohl der Mengensteuerbetrag pro Einheit als auch die zu konsumierende Menge an Kollektivgütern fest vorgegeben (vgl. seine Ausführungen auf S. 211). Diese 'Mengensteuer' hat dann für den Haushalt die gleiche Wirkung wie eine Pauschalsteuer. Nur so kann ja auch weiterhin ein Pareto-Optimum realisiert werden.

Neben der Ermittlung des optimalen Schattenpreisvektors für die Produktion der Kollektivgüter erscheinen zwei Aspekte dieser Problemstellung besonders interessant: Erstens die Beantwortung der Frage, ob die 'benefits' aus der Bereitstellung von Kollektivgütern bei einer Finanzierung durch indirekte Steuern über- oder unterrepräsentiert werden, wenn als 'benefit-Maß' die Summe der Grenzraten der Substitution angenommen wird. Schon PIGOU[1] vermutete, daß die tatsächlichen 'benefits' aufgrund der mit den indirekten Steuern verbundenen Wohlfahrtsverluste unter den durch die in der Optimalbedingung (9-6) enthaltenen Summe der Grenzraten der Substitution liegen. Praktische Bedeutung kann diesem Problem z.B. im Rahmen der Nutzen-Kosten-Analyse zukommen, wenn versucht wird, die (zusätzlich) bereitzustellende Menge eines Kollektivgutes so zu bestimmen, daß dessen Grenzkosten gleich der Summe der Grenzraten der Substitution sind.[2] Im Anschluß daran wird die Frage geprüft, ob im Second-Best-Gleichgewicht eine größere oder kleinere Menge eines Kollektivgutes zur Verfügung steht als im Pareto-Optimum. Eine Antwort ist hier allerdings nur unter bestimmten speziellen Annahmen möglich.

Vor der Ableitung der Bedingungen erster Ordnung des Second-Best-Problems dieses Kapitels sollen kurz die -gegenüber den vorigen Kapiteln- veränderten Nachfragefunktionen der privaten Haushalte nach privaten Gütern angegeben werden. Aus dem Optimierungsproblem des (typischen) Haushalts

$$\max \quad u(x)$$

$$\text{u.d.N.} \quad x_0 + p_o' x_o = 0$$

---

[1] Vgl. PIGOU [81, 34].

[2] Vgl. etwa PREST/TURVEY [83].

erhält man aus den für ein Maximum notwendigen Bedingungen

$$\nabla_{x_\square} u = u_o p_\square$$

die 'inversen' Nachfragefunktionen als Funktion von x. Unter bestimmten Voraussetzungen können daraus die Nachfragefunktionen

$$x_o = x_o(p_\square, x_+)$$

$$x_\square = x_\square(p_\square, x_+)$$

gebildet werden, die jetzt also vom Preisvektor und dem Vektor der Kollektivgüter abhängig sind.

Maximand des gesellschaftlichen Optimierungsproblems ist die soziale Wohlfahrtsfunktion (9-1), Nebenbedingungen sind die Gleichungen (9-2) - (9-4) und zusätzlich die Bedingung, daß die Produktionskosten der Kollektivgüter durch Verbrauchsteuern auf die privaten Konsumgüter aufzubringen sind, d.h. die Gleichung

(9-7) $$mt'_\square x_\square + z_o + q'_\square z_\square = 0 \; .$$

Ordnet man den Bedingungen (9-2) - (9-4) und (9-7) die LAGRANGE-Multiplikatoren $\alpha, \beta, \gamma' = [\gamma_o, \gamma'_\square], \mu$ zu, sind die notwendigen Bedingungen für ein Maximum der Zielfunktion (9-1) gegeben durch[1]

(9-8) $$0 = m\nabla_{[x_o, x'_\square]} u + m\gamma' + \mu m \left\{ x'_\square \frac{\partial p_\square}{\partial [x_o, x'_\square]} + [0, t'_\square] \right\}$$

---

[1] Zur Ermittlung aller Variablen des entsprechenden Optimierungsproblems müßten natürlich noch die Nebenbedingungen (9-2)-(9-4) und (9-7) berücksichtigt werden.

(9-9) $$0 = \alpha[1,-\nabla F']-\gamma'-\mu m y'_{\square} \frac{\partial q_{\square}}{\partial[y_0,y'_{\square}]}$$

(9-10) $$0 = \beta[1,-\nabla g']-\gamma'+\mu[1,q'_{\square}]$$

(9-11) $$0 = m\nabla_{x_+}u-\beta\nabla_{z_+}g+\mu m x'_{\square} \frac{\partial p_{\square}}{\partial x_+} \quad .$$

Diese Gleichungen werden jetzt so manipuliert und zusammengefaßt, daß die Optimalbedingungen des Second-Best-Problems mit denen des 'First-Best-Modells', d.h. den Gleichungen (9-5) und (9-6) verglichen werden können. Dazu werden die Bedingungen (9-8) - (9-10) zuerst von rechts mit $\begin{bmatrix} -p'_{\square} \\ I_n \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} \nabla F' \\ I_n \end{bmatrix}$ bzw. $\begin{bmatrix} \nabla_{z_{\square}} g' \\ I_n \end{bmatrix}$ multipliziert. Normiert man wieder auf $\gamma_0=1$, erhält man (analog zum 3. Kapitel)[1]

(9-12) $$0' = \gamma'_{\square}-p'_{\square}+\mu x'_{\square} \frac{\delta p_{\square}}{\delta x_{\square}} + \mu t'_{\square}$$

(9-13) $$0' = \gamma'_{\square}+\nabla F'$$

(9-14) $$0' = (1-\mu)[\nabla F'-\nabla_{z_{\square}} g'] \ ,$$

und für $\mu \neq 1$ daraus die Gleichung

[1] Beim Übergang von Gleichung (9-9) nach (9-13) ist zu berücksichtigen, daß bei konstanten Skalenerträgen
$my'_{\square} \frac{\partial q_{\square}}{\partial[y_0,y'_{\square}]} = my'_{\square} \left[\frac{\partial q_{\square}}{\partial y_{\square}} - \frac{\partial q_{\square}}{\partial y_0} q'_{\square}\right] = 0$ gilt, (vgl. oben S.72).

$$(9\text{-}15) \qquad p_o' - \frac{\mu}{1-\mu} x_o' \frac{\delta p_o}{\delta x_o} = -\nabla F' = -\nabla_{z_o} g' .$$

Aus der Bedingung (9-11) erhält man außerdem

$$(9\text{-}16) \qquad \frac{\lambda}{\mu-1} m \frac{1}{u_o} \nabla_{x_+} u = -\nabla_{z_+} g ,$$

wenn die folgenden Überlegungen berücksichtigt werden: Differentiation der Budgetgleichung des (typischen) Haushalts $x_o + p_o(x)'x_o = 0$ nach x_+ liefert $x_o'(\partial p_o/\partial x_+) = 0$. Damit verschwindet der letzte Summand auf der rechten Seite der Gleichung (9-11). Dividiert man den verbleibenden Teil von (9-11) durch die aus Gleichung (9-10) abgeleitete Beziehung $-\beta = (\mu-1)$ und erweitert den ersten Summanden mit $\lambda = u_o$, folgt (9-16).
Die Optimalbedingungen (9-15) und (9-16) des Second-Best-Problems dieses Kapitels können nun mit den notwendigen Bedingungen eines Pareto-Optimums (Gleichungen (9-5) und (9-6)) verglichen werden. Dabei zeigt sich, daß die Allokation der Ressourcen zwischen privatem und öffentlichem Produktionssektor effizient ist, die Grenzraten der Substitution im Konsum zwischen den privaten Gütern und dem Faktor Arbeit aber von den entsprechenden (inversen) Grenzprodukten in der Produktion abweichen. Diese Differenz ist natürlich auf die Existenz der indirekten Steuern zurückzuführen. Aus (9-15) erhält man die das optimale indirekte Steuersystem charakterisierende Beziehung[1]

$$(9\text{-}17) \qquad t_o' = \frac{\mu}{1-\mu} x_o' \frac{\delta p_o}{\delta x_o} .$$

[1] Zur Interpretation dieser Gleichung vgl. etwa WIEGARD [106], sowie die dort angegebene Literatur.

Gleichung (9-16) unterscheidet sich von der konventionellen Optimalbedingung (9-6) nur durch den Faktor $\lambda/(\mu-1)$ auf der linken Seite.[1] Mit der Entscheidung über $\lambda/(\mu-1) \gtrless 1$ hat man zugleich die Antwort auf die oben skizzierte Fragestellung, ob die Summe der Grenzraten der Substitution die tatsächlichen 'benefits' der Kollektivgüter unter- oder überschätzen, wenn deren Bereitstellung durch die Erhebung indirekter Steuern ermöglicht wird.

Durch Transformation der Gleichung (9-8) in den dualen (Preis-Einkommens-) Raum können zumindest die Größen herausgearbeitet werden, die den Wert des Faktors $\lambda/(\mu-1)$ ausmachen. Im Anhang A-9-1 wird gezeigt, daß gilt[2]

$$(9\text{-}18) \qquad \frac{\lambda}{\mu-1} = 1 - t'_{\square} \frac{\partial x_{\square}}{\partial I} + t'_{\square} \frac{\delta x_{\square}}{\delta p_i} \frac{1}{x_i} \qquad \forall\ i \in N_{\square}.$$

Der letzte Summand auf der rechten Seite ist auf alle Fälle negativ: Multiplikation der Gleichung (9-17) mit $\frac{\delta x_{\square}}{\delta p_{\square}}$ von rechts liefert nach Division der i-ten Komponente durch x_i einerseits $t'_{\square} \frac{\delta x_{\square}}{\delta p_i} \frac{1}{x_i} = \frac{\mu}{1-\mu}$, Multiplikation mit $x_{\square}$ von rechts andererseits $\frac{\mu}{1-\mu} < 0$, da die SLUTZKY-Matrix unter den in Kapitel 2 getroffenen Annahmen negativ definit ist. Der letzte Term wirkt also in Richtung $\frac{\lambda}{(\mu-1)} < 1$.

Über das Vorzeichen von $t'_{\square} \frac{\partial x_{\square}}{\partial I}$, der Änderung des Steueraufkommens aufgrund einer Variation des Einkommens (bewertet wieder an der Stelle 0), ist keine allgemeingültige Aussage möglich.

---

[1] Im Unterschied dazu vgl. Gleichung (3) bei ATKINSON/STERN [3, 127].

[2] Diese Gleichung wurde auf anderem Wege und in anderem Rahmen schon von DIAMOND/MIRRLEES [23], STIGLITZ/DASGUPTA [99] und ATKINSON/STERN [3] abgeleitet.

Werden - wie hier - nur die privaten Konsumgüter besteuert, kann $t_{\square}' \frac{\partial x_{\square}}{\partial I}$ dann negativ (und damit $\frac{\lambda}{(\mu-1)} > 1$) werden, wenn inferiore Güter mit einem vergleichsweise hohen Steuerbetrag pro Mengeneinheit belegt werden. Gibt es allerdings keine inferioren Güter oder ist deren Gewicht nicht allzu stark, ist $\frac{\lambda}{(\mu-1)} < 1$, der von PIGOU vermutete Zusammenhang also richtig: Die 'benefits' aus der Bereitstellung der Kollektivgüter sind bei einer Finanzierung durch indirekte Steuern geringer als bei einer Finanzierung durch Pauschalsteuern. Daraus kann allerdings noch nicht gefolgert werden, daß eine Wohlfahrtserhöhung generell dann vorliegt, wenn indirekte Steuern (marginal) durch Pauschalsteuern ersetzt werden. Die folgenden Ausführungen zeigen jedoch, daß das dann der Fall ist, wenn die indirekten Steuerbeträge pro Mengeneinheit in jeder Gleichgewichtssituation optimal sind. Zum Beweis werden in der Nebenbedingung (9-7) Pauschalsteuern berücksichtigt und das Gleichheitszeichen außerdem durch ein Ungleichheitszeichen ersetzt, also

$$m\ t_{\square}'x_{\square} + mL + z_0 + q_{\square}'z_{\square} \geq 0\ .$$

Der zugehörige LAGRANGE-Multiplikator ist dann positiv und gibt gerade die Wirkung einer Änderung der Pauschalsteuer auf den maximalen Wert der Zielfunktion an, d.h. es ist

$$\frac{dW^*}{dL} = \mu > 0\ ,$$

Wobei W^* das Maximum der sozialen Wohlfahrtsfunktion in jeder Gleichgewichtssituation angibt.

Die Gleichungen (9-15) und (9-16) geben zugleich auch den optimalen Schattenpreisvektor für die Produktion der Kollektivgüter an. Wegen $[\nabla_{z_{\square}} g', \nabla_{z_+} g'] = [s_{\square}', s_+']$ entsprechen die Schatten-

preise für die Inputs nach (9-15) den Produzentenpreisen q_0, diejenigen für die Kollektivgüter sind nach (9-16) gleich

$$\frac{\lambda}{1-\mu}\, m\, \frac{1}{u_0}\, \nabla_{x_+} u.$$

Allerdings sind diese Ausführungen für die finanzpolitische Praxis so lange nicht allzu hilfreich, als keine nähere Charakterisierung bzw. Interpretation gegeben werden kann, die die Kenntnis der genauen Gleichgewichtswerte nicht schon voraussetzt.

Zur Beantwortung der anderen oben angegebenen Frage, ob in einem Second-Best-Gleichgewicht mehr oder weniger Kollektivgüter angeboten werden, als in einem Pareto-Optimum, sind einige Vereinfachungen in der Modellstruktur sinnvoll[1], da allgemeingültige Aussagen kaum abzuleiten sind. Die Vereinfachungen bestehen darin, daß

- nur drei Güter betrachtet werden: Arbeit, ein privates Gut (Gut 1) und ein Kollektivgut (Gut 2);
- sowohl im öffentlichen als auch in den privaten Unternehmen mit konstanten Grenzkosten produziert wird, die Produzentenpreise also konstant sind;
- die Nutzenfunktionen streng separabel sind zwischen dem Kollektivgut und den beiden anderen Gütern, also $u(x) = \tilde{u}(x_0,x_1) + \tilde{\tilde{u}}(x_2)$ ist.

Gezeigt wird, daß, ausgehend von einem Pareto-Optimum, die bereitgestellte Menge des Kollektivgutes dann abnimmt, wenn die im Ausgangszustand erhobenen Pauschalsteuern (marginal) durch indirekte Steuern ersetzt werden.

Die Bedingungen erster Ordnung (9-8) - (9-11) vereinfachen sich mit den erwähnten Annahmen zu[2]

---

[1] Zum Folgenden vgl. ATKINSON/STERN [3, 123 ff].

[2] Zu beachten ist, daß u_0 und u_1 lediglich eine Funktion von x_0 und x_1, u_2 nur eine Funktion von x_2 ist.

$$(9\text{-}8\ a) \qquad 0' = [u_0, u_1] + [1, \gamma_1] + \mu\left[x_0 \frac{\partial p_1}{\partial x_0}, x_1 \frac{\partial p_1}{\partial x_1} + t_1\right]$$

$$(9\text{-}9\ a) \qquad 0' = \alpha\left[1, -\frac{\partial F}{\partial y_1}\right] - [1, \gamma_1] - \mu m \left[y_0 \frac{\partial q_1}{\partial y_0}, y_1 \frac{\partial q_1}{\partial y_1}\right]$$

$$(9\text{-}10\ a) \qquad 0' = \beta\left[1, -\frac{\partial g}{\partial z_1}\right] - [1, \gamma_1] + \mu[1, q_1]$$

$$(9\text{-}11\ a) \qquad 0 = mu_2 - \beta \frac{\partial g}{\partial z_2} + \mu m x_1 \frac{\partial p_1}{\partial x_2} \quad .$$

Gleichung (9-8 a) wird mit den schon oben angewandten Umformungen (vgl. Anhang A-9-I) zu[1]

$$(9\text{-}19) \qquad 0 = \frac{\partial v}{\partial t_1} + (\mu - 1)\left(x_1 + t_1 \frac{\partial x_1}{\partial t_1}\right) .$$

Durch (9-9 a) sind die Variablen α und γ_1 mit $\alpha = 1$ und $\gamma_1 = q_1$ bestimmt. Gleichung (9-10 a) dient zur Eliminierung von β in (9-11 a), die die zu (9-16) analoge Form

$$(9\text{-}20) \qquad 0 = mu_2 + (\mu - 1) \frac{\partial g}{\partial z_1}$$

annimmt. Die Pauschalsteuern sollen nun durch indirekte Steuern (marginal) so ersetzt werden, daß das Budget des Staates ausgeglichen ist. Zu berücksichtigen ist also noch die Bedingung[2]

---

[1] Gleichung (9-19) entspricht der zweiten Gleichung des Systems (A-9-2), wenn dort wieder $-\lambda x_0'$ durch $\nabla_{p_0} v'$ ersetzt wird. Zu berücksichtigen ist außerdem, daß bei konstanten Produzentenpreisen $\partial v_1/\partial p_1 = \partial v_1/\partial t_1$ und $\partial x_1/\partial p_1 = \partial x_1/\partial t_1$ gelten.

[2] Aufgrund der konstanten Skalenerträge und unter Berücksichtigung der Marktgleichgewichtsbedingungen für das Kollektivgut gilt $z_0 + q_1 z_1 = z_0 + s_1 z_1 = -s_2 z_2 = -s_2 x_2$.

$$0 = mt_1x_1 + mL + z_o + q_1z_1$$

(9-21)

$$= mt_1x_1 + mL + \frac{\partial g}{\partial z_2} x_2 \quad .$$

Das Gleichungssystem (9-19) - (9-21) enthält die drei endogenen Variablen $t_1, x_2, (\mu-1)$ und den Parameter L. Das totale Differential dieser Gleichungen gibt dann den hier interessierenden Einfluß einer Parameteränderung auf x_2 an. Zu berücksichtigen ist, daß die nachgefragten Mengen x_o und x_1 wegen der Separabilität der direkten Nutzenfunktion nur eine Funktion von L und p_1, bzw. da q_1 konstant ist, von t_1 sind. Die indirekte Nutzenfunktion hat also die Form

$$v(t_1,L,x_2) = \tilde{v}(x_o(t_1,L),x_1(t_1,L)) + \tilde{\tilde{u}}(x_2).$$

Totales Differential von (9-19) - (9-21) liefert

$$\left\{\frac{\partial^2 v}{\partial t_1^2} + (\mu-1)\left[2\,\frac{\partial x_1}{\partial t_1} + t_1\,\frac{\partial^2 x_1}{\partial t_1^2}\right]\right\}dt_1 + \left\{x_1 + t_1\,\frac{\partial x_1}{\partial t_1}\right\}d(\mu-1) =$$

$$= \left\{-\,\frac{\partial^2 v}{\partial L\partial t_1} - (\mu-1)\left[\frac{\partial x_1}{\partial L} + t_1\,\frac{\partial x_1}{\partial L\partial t_1}\right]\right\}dL$$

$$m\,\frac{\partial u_2}{\partial x_2}\,dx_2 + \frac{\partial g}{\partial z_2}\,d(\mu-1) = 0$$

$$m\left(x_1 + t_1\,\frac{\partial x_1}{\partial t_1}\right)dt_1 + \frac{\partial g}{\partial z_2}\,dx_2 \qquad = -m\left(1 + t_1\,\frac{\partial x_1}{\partial L}\right)dL\,.$$

Ist der Ausgangszustand ein Pareto-Optimum, gilt $t_1=0$ und $\lambda=(\mu-1)$ wegen (9-16) im Vergleich zu (9-6). Das obige Gleichungssystem ist in Matrixschreibweise

$$(9\text{-}22)\quad \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 v}{\partial t_1^2} + \lambda\, 2\, \frac{\partial x_1}{\partial t_1} & 0 & x_1 \\ 0 & m\, \frac{\partial u_2}{\partial x_2} & \frac{\partial g}{\partial z_2} \\ m x_1 & \frac{\partial g}{\partial z_2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dt_1}{dL} \\ \frac{dx_2}{dL} \\ \frac{d(\mu-1)}{dL} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 v}{\partial L \partial t_1} - \lambda \frac{\partial x_1}{\partial L} \\ 0 \\ -m \end{bmatrix}$$

Regularität der Systemmatrix vorausgesetzt, erhält man unter Anwendung der CRAMER-Regel

$$(9\text{-}23)\quad \frac{1}{m}|A|\, \frac{dx_2}{dL} = -\frac{\partial g}{\partial z_2}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial t_1^2} + \lambda\, 2\, \frac{\partial x_1}{\partial t_1}\right) + x_1\, \frac{\partial g}{\partial z_2}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial L \partial t_1} + \lambda\, \frac{\partial x_1}{\partial L}\right),$$

wenn $|A|$ die Determinante der Systemmatrix ist.

Aus der ROY-Identität $\frac{\partial v}{\partial t_1} = -\lambda x_1$ folgt $\frac{\partial^2 v}{\partial t_1^2} = -x_1\, \frac{\partial \lambda}{\partial t_1} - \lambda\, \frac{\partial x_1}{\partial t_1}$.

Außerdem ist $\frac{\partial v}{\partial L} = -\frac{\partial v}{\partial I} = -\lambda$ und damit $\frac{\partial v}{\partial t_1 \partial L} = \frac{\partial v}{\partial L \partial t_1} = -\frac{\partial \lambda}{\partial t_1}$.

Gleichung (9-23) wird damit zu

$$\frac{1}{m}|A|\, \frac{dx_2}{dT} = -\lambda\, \frac{\partial g}{\partial z_2}\left(x_1\, \frac{\partial x_1}{\partial L} - \frac{\partial x_1}{\partial t_1}\right)$$

$$(9\text{-}24)\quad = \lambda\, \frac{\partial g}{\partial z_2}\left(\frac{\partial x_1}{\partial t_1} + x_1\, \frac{\partial x_1}{\partial I}\right)$$

$$= \lambda\, \frac{\partial g}{\partial z_2}\, \frac{\delta x_1}{\delta t_1}$$

$$> 0,$$

denn die (notwendigen) Bedingungen zweiter Ordnung für ein Maximum erfordern $|A| \geq 0$[1], außerdem ist $\lambda = u_o > 0$, $\frac{\partial g}{\partial z_2} < 0$ und $\frac{\delta x_1}{\delta t_1} < 0$.

Als Ergebnis kann also festgehalten werden, daß sich die optimale Menge des Kollektivgutes verringert, wenn die in einem Pareto-Optimum erhobenen Pauschalsteuern marginal durch indirekte Steuern ersetzt werden. Daraus kann allerdings noch nicht gefolgert werden, daß auch bei vollständiger Finanzierung des Kollektivgüterangebots durch indirekte Steuern eine Unterversorgung mit Kollektivgütern vorliegt. Die Herausarbeitung solch globaler Ergebnisse ist wesentlich schwieriger.

Klar ist, daß damit nur einige der mit der Existenz von Kollektivgütern und ihrer Produktion in öffentlichen Unternehmen verbundenen Probleme behandelt wurden. Die Einbeziehung von Verteilungsaspekten ist ebenso notwendig, wie die Berücksichtigung von Kollektiv-Faktoren. Auf diese relativ neuen und schwierig zu lösenden Problemstellungen soll allerdings in dieser Arbeit nicht mehr eingegangen werden.

---

[1] $|A|$ hat das gleiche Vorzeichen wie die Determinante der geränderten HESSEschen Matrix der Funktion

$$\mathcal{L}(t_1, x_2, \mu) = v(t_1, L, x_2) + \mu \left[m t_1 x_1 + mL + \frac{\partial g}{\partial z_2} x_2 \right].$$

Diese Determinante darf aber nicht kleiner Null sein, wenn ein (beschränktes) Maximum der indirekten Nutzenfunktion vorliegen soll; vgl. z.B. TAKAYAMA [100; 126 f].

TEIL III: Abschließende Bemerkungen

Kapitel 10: Problematik der Second-Best-Modelle und Literaturüberblick

Konstitutiv für die Theorie des "Second-Best" oder des "Zweitbesten" ist die Berücksichtigung von - über die technologischen Restriktionen und die Marktgleichgewichtsbedingungen hinausgehenden - politisch und/oder institutionell begründeten und vermeintlich unabänderbaren Nebenbedingungen. Die allgemeine Problemstellung besteht dann in der systematischen Analyse der Bedingungen für eine unter den gegebenen Umständen optimale Allokation der Ressourcen. Die Vermutung ist naheliegend - und wurde in dieser Arbeit bestätigt-, daß diese (oder einige dieser) Bedingungen von denen eines Pareto-Optimums abweichen.
Initiiert wurde die Beschäftigung mit den Problemen von Zweitbest-Zuständen wohl durch den Beitrag von LIPSEY/LANCASTER.[1] Allerdings ist ihre Theorie keineswegs so allgemein wie der Titel des Aufsatzes, "The General Theory of Second Best", vermuten läßt. LIPSEY/LANCASTER gehen davon aus, daß die ein Pareto-Optimum charakterisierenden Marginalbedingungen in einem bestimmten Bereich der Volkswirtschaft nicht erfüllt sind, (soziale) Grenzrate der Substitution und Grenzrate der Transformation dort also auseinanderfallen. Ihre Annahme, daß diese Größen in einem konstanten Verhältnis zueinander stehen, ist allerdings schon recht speziell. Als Ergebnis leiten LIPSEY/LANCASTER - nicht allzu überraschend - ab, daß in einem Second-Best-Optimum neben der angegebenen Beschränkung auch einige (oder alle) der übrigen Marginalbedingungen eines Pareto-Optimums ihre Gültigkeit verlieren.[2]

[1] Vgl. LIPSEY/LANCASTER [58].

[2] Eine genaue Darstellung und Kritik des Ansatzes von LIPSEY/LANCASTER, und der sich darauf beziehenden Literatur findet sich z.B. in SCHLIEPER [96] oder FISCHER [32].

Formal ließe sich der Ansatz von LIPSEY/LANCASTER durchaus als Spezialfall des in Kapitel 3 dieser Arbeit entwickelten "allgemeinen" Second-Best-Modells darstellen. Die zusätzliche Nebenbedingung müßte dann einfach z.B. die Form

$$(10\text{-}1) \qquad \frac{u_1}{u_n} = k \frac{f_1}{f_n}$$

annehmen, wobei $\frac{u_1}{u_n}$ die Grenzrate der Substitution zwischen Gut 1 und Gut n im Haushaltsbereich, $\frac{f_1}{f_n}$ die entsprechende Grenzrate der Transformation im privaten Unternehmensbereich und k eine beliebige reelle Konstante sein soll. Inhaltlich sind die Unterschiede allerdings nicht unwesentlich. Anzumerken ist insbesondere, daß in dem in dieser Arbeit verwendeten Second-Best-Modell bestimmte institutionelle Rahmenbedingungen und Verhaltensweisen der Wirtschaftssubjekte derart unterstellt wurden, daß ein dezentralisierter Entscheidungsprozeß die gewünschte bestmögliche Allokation der Ressourcen gewährleistet. Das ist bei LIPSEY/LANCASTER nicht der Fall, da sie eine soziale Wohlfahrtsfunktion nur unter der Nebenbedingung einer gegebenen Transformationsfunktion und der typischen Beschränkungsgleichung (10-1) maximieren. Nun ist die in Gleichung (10-1) zum Ausdruck kommende Diskrepanz zwischen Grenzrate der Substitution und Grenzrate der Transformation immer nur die Folge bestimmter institutioneller Beschränkungen (wie die z.B. durch den Ausschluß von Pauschalsteuern bedingte Existenz indirekter Steuern) oder bestimmter (z.B. monopolistischer) Verhaltensweisen. LIPSEY/LANCASTER berücksichtigen mit (10-1) lediglich das Symptom einer Allokationsstörung, während in dieser Arbeit die jeweiligen Spezifizierungen der 'zusätzlichen' Nebenbedingung (3-2) ihre Ursache angeben. Um konkrete wirtschafts- oder finanzpolitische Maßnahmen zur Realisierung eines bestmöglichen Zustandes ableiten zu können, müssen

sowohl die vom Wirtschafts- oder Finanzpolitiker zu beachtenden institutionellen Rahmenbedingungen bekannt sein, als auch die genauen Ursachen der Allokationsstörung. Demgemäß finden sich bei den genannten Autoren auch keine für die finanzpolitische Praxis verwertbaren Handlungsanweisungen. Vielmehr beschränkt sich die in der unmittelbaren Tradition des LIPSEY/LANCASTER Artikels stehende Literatur auf die Angabe hinreichender Bedingungen, die garantieren, daß in den nicht durch die 'zusätzlichen' Nebenbedingungen erfaßten Sektoren weiterhin die Marginalbedingungen eines Pareto-Optimums gelten.[1] Diese Problemstellung ist sicherlich nicht ohne Interesse; ihre Behandlung ist allerdings auch im hier gewählten Modell ohne weiteres und eher als Spezialproblem möglich. So wurde in Kapitel 6 unter anderem bewiesen, daß bei konstanten Grenzkosten und Unabhängigkeit der Güter im Konsum Grenzraten der Substitution und Grenzraten der Transformation für die Güter übereinstimmen sollten, für die die Steuersätze nicht fixiert waren. Zusammenfassend kann also festgehalten werden, daß der hier gewählte Ansatzpunkt einer Theorie des Second-Best dem auf LIPSEY/LANCASTER zurückgehenden in allen Beziehungen überlegen ist.[2]

Die Berücksichtigung institutioneller und für die zugrundeliegende Entscheidungsperiode (vermeintlich) unabänderlicher Beschränkungen erscheint gegenüber dem reinen Konkurrenzmodell als erste Annäherung an die Realität. Allerdings kann man durchaus geteilter Meinung darüber sein, ob die aus

---

[1]Vgl. etwa DUSANSKY/WALSH [27] und die dort angegebene Literatur.

[2]Zitierenswert ist die Einschätzung des Artikels von LIPSEY/LANCASTER durch KOLM [54, 396]: "Dans la plus célebre de ces études, les maigres résultats ne sont obtenus que grâce à la conjunction d'une hypothese de comportement aberrante et ... d'une grossière erreur de mathematiques (...). Finalement, les seuls résultats sont négatifs: ils consistent à dire que dans un problème de moindre mal les conditions classiques d'optimalité ne sont pas vérifées."

Second-Best-Modellen abgeleiteten Empfehlungen tatsächlich Grundlage einer rationalen Finanzpolitik seien sollten. Die für ein Second-Best-Problem konstitutiven zusätzlichen Nebenbedingungen beruhen im Kern auf nichts anderem als dem Unverständnis für ökonomische Zusammenhänge oder dem Unvermögen bzw. Unwillen, bestimmte Maßnahmen durchzuführen. Diese Ursachen müßten dann aber auch in irgendeiner Form in die Modellanalyse einbezogen werden. In Kapitel 5 wurde beispielsweise angenommen, daß ein Defizit des öffentlichen Produktionssektors durch Verbrauchsteuern auszugleichen ist, weil Pauschalsteuern nicht erhoben werden können. Etwa, weil die dazu notwendigen Informationen fehlen oder Transaktions- oder Informationskosten zu hoch sind. Ungewißheit oder Kosten der Informationsbeschaffung müßten dann aber auch konstitutiv für den Modellaufbau sein. Als weiteres Beispiel kann die in Kapitel 4 analysierte Beschränkung angeführt werden, daß die Defizite (bzw. Gewinne) der öffentlichen Unternehmen eine bestimmte Grenze nicht unter- (bzw. über-) schreiten dürfen. Möglicherweise deswegen, weil die verantwortlichen Politiker glauben, die Wirtschaftssubjekte nicht darüber aufklären zu können, daß es sinnvoller ist, jedes Defizit zuzulassen, wenn es durch Pauschalsteuern finanziert werden kann. Würde man tatsächlich von einem solchen Unverständnis auf seiten der Wirtschaftssubjekte ausgehen, müßte vielleicht auch die Annahme eines rationalen Verhaltens der Haushalte bei den Konsumentscheidungen aufgehoben werden. Darüberhinaus ist zu überlegen, inwieweit Unverständnis oder Unvermögen der Konsumenten bzw. der für die Finanzpolitik Verantwortlichen implizite Voraussetzung einer ökonomischen Theorie und der daraus abzuleitenden wirtschafts- bzw. finanzpolitischen Empfehlungen sein sollten. Konsequenterweise müßte demnach gefordert werden, eher die Ursachen abzubauen, auf die die zusätzlichen Nebenbedingungen eines Second-Best-Problems letztlich zurückzuführen sind, - d.h. also ständig einen

First-Best-Zustand anzustreben - als diese Ursachen als unabänderlich zu akzeptieren und alle wirtschafts- und finanzpolitischen Maßnahmen an diesen Unvollkommenheiten auszurichten. Sinnvoller als die Anpassung finanzpolitischer Maßnahmen an die Existenz von Monopolen wäre es demnach, eine aktive Wettbewerbspolitik zwecks Eliminierung der Monopole bzw. monopolistischer Verhaltensweisen zu betreiben. Sinnvoller als die Ermittlung optimaler Produktionsprogramme für öffentliche Unternehmen bei Vorliegen einer Defizitbeschränkung wäre es, den Gesetzgeber und/oder die Konsumenten auf die dadurch bedingten Allokationsstörungen und Wohlfahrtsverluste hinzuweisen. Nicht einzusehen ist jedoch, warum die genannten Maßnahmen nur alternativ eingesetzt werden sollten. Kostendeckende Preise können bei öffentlichen Verkehrsbetrieben gesetzlich vorgeschrieben sein, und kurzfristig ist das entsprechende Gesetz sicher nicht zu ändern. Es ist also naheliegend, einerseits auf die Änderung des Gesetzes hinzuwirken, andererseits aber die durch die aktuelle Gesetzesvorschrift bedingte Beschränkung zu berücksichtigen und auf ihrer Grundlage optimale Produktionsprogramme und Preisbildungsvorschriften abzuleiten - jedenfalls auf theoretischer Ebene. Die praktische Umsetzung der erhaltenen Ergebnisse hängt neben der Prüfung der einfachen Anwendbarkeit wesentlich davon ab, ob die aufgrund der zusätzlichen Nebenbedingung getroffenen Maßnahmen nach der Gesetzesänderung sofort zurückgenommen werden können. Ansonsten müßten diese Maßnahmen selbst wieder als Nebenbedingung in die Analyse einbezogen werden und die Finanzwissenschaft würde tatsächlich zu einem Irrgarten von finanzpolitischen Empfehlungen werden. Ähnlich ist zu argumentieren, daß sich die Finanzwissenschaft nicht darauf beschränken kann, den für die Ausgestaltung des Steuersystems verantwortlichen Politikern die Vorteile einer Pauschalsteuer zu propagieren. Gleichzeitig kann und muß doch alles

unternommen werden, um die optimale Struktur der derzeit erhobenen Steuern zu ermitteln und zu realisieren.

Die Theorie des Second-Best vermag also durchaus interessante und wesentliche Erkenntnisse für die finanzpolitische Praxis zu erbringen. Richtig ist allerdings, daß man mit den Second-Best-Modellen (zumindest kurzfristig) "politische Schwierigkeiten zum wissenschaftlichen System [erhebt] und für eine 'zweitbeste' statt für die (aufgrund der fundamentalen Werturteile) beste Wirtschaftsordnung" eintritt.[1]

Ein Blick in die Literatur zum Problemkreis optimaler Produktionsprogramme bzw. (Schatten-) Preise für öffentliche Unternehmen zeigt, daß die Anzahl systematischer Second-Best-Analysen außerordentlich gering ist. Ob der Grund dafür in den erwähnten kritischen Einwänden gegen die Theorie des Second-Best oder in den inhärenten inhaltlichen und formal-mathematischen Schwierigkeiten der Second-Best-Modelle liegt, kann hier nicht beantwortet werden. Tatsache ist jedoch, daß zumindest im deutschsprachigen Raum auf die Theorie des Zweitbesten zur Ableitung optimaler Verhaltensweisen und Produktionsprogramme im öffentlichen Sektor bisher nicht zurückgegriffen wurde. Die Buchveröffentlichungen von ROLLE[2], LÖSENBECK[2] bzw. THIEMEYER[2] jedenfalls gehen nicht oder allenfalls am Rande auf diese Problematik ein. LÖSENBECK und ROLLE kommen zu der Schlußfolgerung, daß die Anwendung der in Kapitel 3 dieser Arbeit skizzierten Grenzkosten-Preis-Regel selbst dann zu befürworten ist, wenn institutionell und/oder politisch begründete und für die jeweilige Entscheidungsperiode (vermeintlich) unabänderbare Nebenbedingungen zu be-

---

[1]Vgl. SOHMEN [97, 94]. Die eckige Klammer wurde hinzugefügt.
[2]Vgl. ROLLE [86], LÖSENBECK [63], THIEMEYER [102].

rücksichtigen sind. Daß ein solches Vorgehen theoretisch nicht haltbar ist, dürfte in dieser Arbeit klar genug herausgearbeitet worden sein. Rein pragmatische Gründe können streng genommen jedoch nur dann für ein Votum zugunsten der Grenzkosten-Preis-Regel ausschlaggebend sein, wenn im Vergleich dazu die Ergebnisse der Second-Best-Modelle als zu komplex und praktisch nicht umsetzbar angesehen werden. Dieses Urteil setzt aber die theoretische Durchdringung von Second-Best-Modellen logisch voraus. THIEMEYER lehnt nicht nur das Prinzip der "Grenzkostenpreisbildung", sondern die gesamte "Wohlfahrtsökonomik" als Grundlage wirtschaftspolitischer Entscheidungen ab. Kernsatz seiner Begründung ist die Erkenntnis, "daß die Flucht in den wohlfahrtsökonomischen Formalismus zwar die modellanalytische Geschlossenheit des Systems sichert, diese logische Absicherung jedoch mit empirischer Entleerung erkauft wird".[1] Da die Allokationstheorie (oder Wohlfahrtsökonomik) den allgemeinen Rahmen der hier behandelten Probleme abgibt, könnte eine Auseinandersetzung mit THIEMEYER nur in einer Kritik seiner "Kritik am wohlfahrtsökonomischen Modell" bestehen. Ob der Nettonutzen eines solchen Vorgehens positiv wäre, erscheint fraglich. Zitierenswert ist vielleicht noch die von THIEMEYER unter Verzicht auf jeglichen "wohlfahrtsökonomischen Formalismus" abgeleitete (positive) Schlußfolgerung: "Als Ergebnis der Untersuchung kann darüberhinaus jedoch festgestellt werden, daß nur eine vielgestaltige, elastische Preispolitik der Vielgestaltigkeit der Unternehmenstypen vor allem im gemeinwirtschaftlich-öffentlichen Bereich der Wirtschaft entspricht."[2]

Mit den praktischen Problemen der Grenzkosten-Preis-Regel beschäftigt sich auch der überwiegende Teil der englisch- und der französischsprachigen Literatur, allerdings um

---

[1] Vgl. THIEMEYER [102, 213].
[2] Vgl. THIEMEYER [102, 215].

einiges konkreter als die genannten deutschen Autoren.[1]
Die schon oben gemachten Bemerkungen gelten auch hier: die Anwendung der Grenzkosten-Preis-Regel ist im allgemeinen, d.h. bei einer nicht Pareto-optimalen Allokation der Ressourcen theoretisch nicht haltbar; eine Befürwortung aus pragmatischen Gründen setzt die Ableitung theoretisch gesicherter Erkenntnisse aus Second-Best-Modellen aber voraus.

Neben den im Hauptteil angegebenen Literaturbeiträgen[2] kommen die Veröffentlichungen von REES[3] und CROS[3] der Problemstellung dieser Arbeit noch am nächsten.[4] Beide Arbeiten stehen unmittelbar in der Tradition der von DAVIS/WHINSTON[5] vorgenommenen Erweiterung des LIPSEY/LANCASTER Ansatzes einer Second-Best-Theorie.
Die in dieser Arbeit vorgenommene Problemanalyse ist nicht nur systematischer und klarer, sondern dürfte den erwähnten Arbeiten von REES und CROS auch vom Erkenntnisgehalt her überlegen sein - was eine vergleichende Aufarbeitung wohl bestätigen wird. Die notwendigen Bedingungen für ein Second-Best-Optimum werden dort einfach abgeleitet und nur für außerordentlich restriktive Spezialfälle interpretiert.

---

[1]Einige der wesentlichen Arbeiten sind in dem Sammelband von NELSON, J.R. (Hrsg.), Marginal Cost Pricing in Practice, Englewood Cliffs (N.J.) 1964, wiederabgedruckt.
Vgl. auch Kap. 11 bei SOHMEN [98] oder TURVEY [103], [104], WILLIAMSON [107], um nur einige Beiträge zu nennen.

[2]Insbesondere die Arbeiten von BOITEUX [10], BERGSON [6], GREEN [36], [38].

[3]Vgl. REES [85], CROS [15].

[4]Das Buch von KOLM [53] ist zwar auch überwiegend theoretischer Natur, aber mit dieser Arbeit doch nicht vergleichbar. KOLM schneidet zwar außerordentlich viele Probleme an, behandelt sie zum Teil jedoch recht oberflächlich.
Rein subjektiv ist dem Urteil TURVEYs [104, 19] über KOLMs Buch: "... stimulating, albeit obscure" nichts hinzuzufügen.

[5]Vgl. DAVIS/WHINSTON [18], [19].

Anders als in dieser Arbeit werden darüberhinaus keine Informationen über die ökonomische Struktur eines Second-Best-Gleichgewichts bzw. der interessierenden Variablen gegeben, die unabhängig von den konkreten Lösungswerten sind. Wenn überhaupt, sind für die finanzpolitische Praxis aber gerade solche Informationen relevant.
Die praktische Relevanz nicht nur der Second-Best-Modelle, sondern der Allokationstheorie schlechthin, wird allerdings häufig mit dem Hinweis auf die "Kluft zwischen Theorie und Praxis" angezweifelt. Tatsächlich wird aber kein mit der Allokationstheorie vertrauter Ökonom die in den vorigen Kapiteln abgeleiteten Theoreme als unmittelbare Handlungsanweisung an die in der praktischen Finanzpolitik engagierten Ökonomen auffassen. Akzeptiert man jedoch das Paretianische Werturteil - und unter den Werturteilen, aus denen der Wirtschaftspolitiker seine Handlungen ableitet, gehört das Pareto-Kriterium eher zu den weniger einschränkenden - kann die Allokationstheorie zumindest die Grundregeln angeben, auf die eine rationale Finanzpolitik aufzubauen wäre. Ausführungen wie "Die sozialen Abhängigkeiten dürften differenzierter, die Bezugssysteme der Entscheidungsträger von anderer Art und der Kalkül der Handelnden weniger determiniert sein, als es die normative Theorie in genialer Einseitigkeit unterstellt"[1], erscheinen wenig hilfreich.
Mit dieser Art von Kritik hat sich allgemein schon RUSSEL[2] auseinandergesetzt: "Many people have a passionate hatred of abstraction, chiefly, I think, because of its intellectual difficulty; but as they do not wish to give this reason they invent all sorts of others that sound grand.

---

[1]Vgl. LITTMANN [60; 104/105].

[2]Zitiert nach HAHN [41; 3].

They say that reality is concrete, and that in making abstractions we are leaving out the essential. They say that all abstraction is falsification, and that as soon as you have left out any aspect of something actual you have exposed yourself to the risk of fallacy in arguing from its remaining aspects alone. Those who argue in this way are in fact concerned with matters quite other than those that concern science."

Anhang A: Mathematische Erläuterungen und Beweise

Zu Kapitel 2

A-2-I: Die inversen[1] Nachfragefunktionen und ihre Beziehung zu den Nachfragefunktionen (2-3)

Aus den im Text auf S. 17 angegebenen Bedingungen (2-1), (2-2), können die inversen Nachfragefunktionen abgeleitet werden:
Gut 0 wurde als Numeraire gewählt, so daß gilt

$$\text{(A-2-1)}\quad p_* = \frac{\nabla_{x_*^i} u^i}{u_0^i}(x^i) = p_*(x^i) \quad \text{mit } \nabla_{x_*^i} u^{i'} = [u_1^i, \ldots, u_n^i]$$

$$\text{(A-2-2)}\quad \tilde{I}^i = p_*(x^i)' x_*^i + x_0^i = \tilde{I}^i(x^i) \text{ mit } \tilde{I}^i = I^i - L^i$$

Die inversen Nachfragefunktionen existieren also und sind stetig differenzierbar, da $\nabla_{x_*^i} u^i$ und u_0 annahmegemäß stetig differenzierbar sind.
Es kann gezeigt werden[2], daß die JACOBI-Matrix des Gleichungssystems (A-2-1), (A-2-2) unter den im Hauptteil auf S.16 angegebenen Annahmen regulär ist, so daß man aus diesem System durch Inversion die Nachfragefunktionen (2-3) erhält.
Nach einem bekannten Satz über Umkehrabbildungen[3] bestehen zwischen den inversen Nachfragefunktionen (A-2-1), (A-2-2) und den Nachfragefunktionen (2-3) dann die Beziehungen[4]

$$\text{(A-2-3)}\quad \begin{bmatrix} \frac{\partial p_*}{\partial x_0^i} & \frac{\partial p_*}{\partial x_*^i} \\ \frac{\partial \tilde{I}^i}{\partial x_0^i} & \nabla_{x_*^i} \tilde{I}^{i'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_{p_*} x_0^{i'} & \frac{\partial x_0^i}{\partial \tilde{I}^i} \\ \frac{\partial x_*^i}{\partial p_*} & \frac{\partial x_*^i}{\partial \tilde{I}^i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_n & 0 \\ 0' & 1 \end{bmatrix}$$

---

[1] Die Bezeichnung "inverse Nachfragefunktionen" für das Gleichungssystem (A-2-1), (A-2-2) ist natürlich nur dann sinnvoll, wenn gesichert ist, daß die Nachfragefunktionen auch tatsächlich existieren.

[2] Vgl. z.B. BRONSARD [11, 25 ff].

[3] Vgl. z.B. ENDL,K./LUH, W., Analysis II, Frankfurt 1973, S. 214

[4] I_n ist die n×n Einheitsmatrix.

bzw.

$$\text{(A-2-4)} \qquad \frac{\partial p_*}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial p_*} = I_n$$

$$\text{(A-2-5)} \qquad \nabla\tilde{I}^i \frac{\partial x^i}{\partial \tilde{I}^i} = 1 \ .$$

A-2-II: Existenz und stetige Differenzierbarkeit der Angebotsfunktionen (2-7) bei abnehmenden Skalenerträgen

Zu zeigen ist, daß bei abnehmenden Skalenerträgen die Angebotsfunktionen dann existieren und stetig differenzierbar sind, wenn die HESSEsche der Funktion f^1 negativ definit ist. Maximierung des Gewinns $q'y^1$ bei gegebener Produktionsfunktion $\tilde{f}^1(y^1)=0$ liefert (für $q_o=1$)

$$\text{(A-2-6)} \qquad q_* = \frac{\nabla_{y_*^1}\tilde{f}^1}{\tilde{f}_o^1}(y^1) = q_*(y^1)$$

$$= q_*(y_o^1, y_*^1)$$

$$= q_*(f(y_*^1), y_*^1)$$

$$= q_*(y_*^1),$$

da $\tilde{f}^1(y^1) = y_o^1 - f^1(y_*^1) = 0$ ist.

Die Umkehrabbildung existiert, wenn die Determinante der Funktionalmatrix

$$\text{(A-2-7)} \qquad \frac{dq_*}{dy_*^1} = \left[\frac{\partial q_*}{\partial y_*^1} - \frac{\partial q_*}{\partial y_o^1}q_*'\right]$$

ungleich Null ist. Das ist aber erfüllt, da

$$\text{(A-2-8)} \qquad H(f^1) = \frac{\partial(\nabla f^1(y_*^1))}{\partial y_*^1} = -\frac{dq_*}{dy_*^1}$$

voraussetzungsgemäß negativ definit ist.
Also existieren die Angebotsfunktionen (2-7)

$$y_*^l = y_*^l(q_*)$$

und

$$y_o^l = f^l(y_*^l(q_*))$$
$$= y_o^l(q_*) \quad .$$

Die stetige Differenzierbarkeit der Angebotsfunktionen folgt aus der im Hauptteil (S. 19) angegebenen Annahme, daß f^l zweimal stetig differenzierbar ist.
Nach dem auf der vorigen Seite erwähnten Satz über Umkehrabbildungen gilt

$$\text{(A-2-9)} \quad \frac{\partial y_*^l}{\partial q_*} = \left[\frac{dq_*}{dy_*^l}\right]^{-1} = \left[\frac{\partial q_*}{\partial y_*^l} - \frac{\partial q_*}{\partial y_o^l} q_*'\right]^{-1}$$

Zu Kapitel 3

A-3-I: Herleitung der Gleichungen (3-6) - (3-10).

Multipliziert man die Gleichungen (3-3) - (3-5) von rechts mit $\begin{bmatrix}-p_*'\\ I_n\end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix}-q_*'\\ I_n\end{bmatrix}$ bzw. $\begin{bmatrix}-s_*^{k'}\\ I_n\end{bmatrix}$, erhält man

$$\text{(A-3-1)} \quad 0' = \gamma'\begin{bmatrix}-p_*'\\ I_n\end{bmatrix} + \mu' \frac{\partial C}{\partial x^i}\begin{bmatrix}-p_*'\\ I_n\end{bmatrix} \qquad \forall\ i \in M$$

$$\text{(A-3-2)} \quad 0' = \gamma'\begin{bmatrix}-q_*'\\ I_n\end{bmatrix} - \mu' \frac{\partial C}{\partial y^l}\begin{bmatrix}-q_*'\\ I_n\end{bmatrix} \qquad \forall\ l \in V$$

$$\text{(A-3-3)} \quad 0' = \gamma'\begin{bmatrix}-s_*^{k'}\\ I_n\end{bmatrix} - \mu' \frac{\partial C}{\partial z^k}\begin{bmatrix}-s_*^{k'}\\ I_n\end{bmatrix} \qquad \forall\ k \in W .$$

Dabei wurde die aus Gleichung (2-1) abgeleitete Beziehung

$$\nabla_{x^i_*} u^{i'} - u_o p'_* = 0'$$

sowie die Gleichungen (2-6) (für $q_o=1$) und (2-10) (für $\sigma_*=s_*$) berücksichtigt. Die Gleichungssysteme (A-3-1) - (A-3-3) können in einer Umgebung des Optimums als homogen in den Variablen $[\gamma', \mu']$ angesehen werden. Ohne Einschränkung der Allgemeinheit kann durch $\gamma_o=1$ normiert werden, so daß

$\gamma' \begin{bmatrix} -p'_* \\ I_n \end{bmatrix} = \gamma'_* - p'_*$ gilt, mit analogen Beziehungen in (A-3-2) und (A-3-3).

Die Gleichungen (3-7) für das Ein-Haushalt-Modell, (3-9) für konstante Skalenerträge in den privaten Unternehmen und (3-10) sind damit schon bewiesen.

Zur Herleitung von (3-6) werden die m Gleichungen (A-3-1) jeweils von rechts mit der SLUTZKY-Matrix $\frac{\delta x^i_*}{\delta p_*}$ multipliziert und dann über alle $i \in M$ summiert. Man erhält

$$\text{(A-3-4)} \quad 0' = [\gamma_* - p_*]' \sum_{i \in M} \frac{\delta x^i_*}{\delta p_*} + \mu' \sum_{i \in M} \frac{\partial C}{\partial x^i} \begin{bmatrix} -p'_* \\ I_n \end{bmatrix} \frac{\delta x^i_*}{\delta p_*} .$$

Die SLUTZKY-Matrix ist unter den auf S.16 getroffenen Annahmen negativ definit[1].

Dann ist aber auch die Summe $\sum_{i \in M} \frac{\delta x^i_*}{\delta p_*}$ negativ definit, so daß ihre Inverse existiert. Multiplikation der Gleichung (A-3-4) von rechts mit $\left[\sum_{i \in M} \frac{\delta x^i_*}{\delta p_*}\right]^{-1}$ liefert (3-6).

Die v Gleichungen (A-3-2) können wie folgt manipuliert werden. Auf S.162 wurde gezeigt, daß die Funktionalmatrizen der privaten Angebotsfunktionen bei abnehmenden Skalenerträgen (und den

[1] Vgl. BRONSARD [11, 25/26].

angegebenen Annahmen) existieren. Die l-te Gleichung von (A-3-2) kann dann von rechts mit $\frac{\partial y_*^l}{\partial q_*}$ multipliziert werden. Summation über alle $l \in V$ führt zu

$$\text{(A-3-5)} \quad 0' = [\gamma_* - q_*]' \sum_{l \in V} \frac{\partial y_*^l}{\partial q_*} + \mu' \sum_{l \in V} \frac{\partial C}{\partial y^l} \begin{bmatrix} -q_*' \\ I_n \end{bmatrix} \frac{\partial y_*^l}{\partial q_*} .$$

Wegen (A-2-8) ist $\frac{dq_*}{dy_*^l}$ und damit nach (A-2-9) auch $\frac{\partial y_*^l}{\partial q_*}$ positiv definit.[1] Das gilt ebenso für die Summe $\sum_{l \in V} \frac{\partial y_*^l}{\partial q_*}$, deren Inverse also existiert. Multipliziert man (A-3-5) von rechts mit $\left[\sum_{l \in V} \frac{\partial y_*^l}{\partial q_*}\right]^{-1}$, folgt (3-8).

A-3-II: Hinreichende Bedingung zweiter Ordnung für ein Maximum des Optimierungsproblems (3-1), (3-2), (in einem Ein-Haushalt-Modell).

Das totale Differential erster Ordnung der dem Optimierungsproblem (3-1), (3-2) entsprechenden LAGRANGE-Funktion $\mathcal{L}$ ist

$$\begin{aligned} d\mathcal{L} = {} & \nabla u' dx - \sum_{l \in V} \alpha_l \left[1, -\nabla f^{l'}\right] dy^l - \sum_{k \in W} \beta_k \left[1, -\nabla g^{k'}\right] dz^k - \\ \text{(A-3-6)} \qquad & - \gamma' \left[dx - \sum_{l \in V} dy^l - \sum_{k \in W} dz^k\right] - \mu' \left[\frac{\partial C}{\partial x} dx + \sum_{l \in V} \frac{\partial C}{\partial y^l} dy^l + \right. \\ & \left. + \sum_{k \in W} \frac{\partial C}{\partial z^k} dz^k \right], \end{aligned}$$

und das totale Differential zweiter Ordnung

$$\begin{aligned} d^2\mathcal{L} = {} & dx' H(u) dx + \sum_{l \in V} \alpha_l dy_*^{l'} H(f^l) dy_*^l + \sum_{k \in W} \beta_k dz_*^{k'} H(g^k) dz_*^k - \\ \text{(A-3-7)} \qquad & - \mu' \left[dx' \frac{\partial^2 C}{(\partial x)^2} dx + \sum_{l \in V} dy^{l'} \frac{\partial^2 C}{(\partial y^l)^2} dy^l + \right. \\ & \left. + \sum_{k \in W} dz^{k'} \frac{\partial^2 C}{(\partial z^k)^2} dz^k \right]. \end{aligned}$$

[1] Vgl. Theorem 17.14 bei KLEIN, E., Mathematical Methods in Theoretical Economics, New York u.a.O. 1973, S. 308.

Hinreichende Bedingung zweiter Ordnung für ein Maximum des Optimierungsproblems ist $d^2\mathcal{L} < 0$.

A-3-III: Hinreichende Bedingung zweiter Ordnung für ein Maximum des Optimierungsproblems (3-1), (in einem Ein-Haushalt-Modell).

Das totale Differential erster und zweiter Ordnung des Optimierungsproblems (3-1) erhält man, indem in den Gleichungen (A-3-6) und (A-3-7) einfach $\mu' = 0'$ gesetzt wird.

Für $dx, dy^l, dz^k \neq 0$ für alle $l \in V$, $k \in W$ ist $d\mathcal{L}$ genau dann gleich Null, wenn die Koeffizienten von dx, dy^l, dz^k gleich Null sind. Insbesondere muß also gelten

$$u_0 = \alpha_l = \beta_k = \gamma_0 \qquad (\forall\ l,k)\ .$$

Berücksichtigt man das in Gleichung (A-3-7), hat man als (hinreichende) Bedingung zweiter Ordnung

$$\text{(A-3-8)} \qquad \frac{d^2\mathcal{L}}{u_0} = dx' \, \frac{H(u)}{u_0} \, dx + \sum_{l \in V} dy_*^{l'} H(f^l) dy_*^l + \sum_{k \in W} dz_*^{k'} H(g^k) dz_*^k < 0.$$

Im Haushaltsgleichgewicht gilt nun

$$du = \nabla u' dx = 0$$

oder

$$dx_0 = -\frac{1}{u_0} \, dx_*' \nabla_{x_*} u.$$

Damit ist

Aus $p_* = \frac{1}{u_o} \nabla_{x_*} u$ folgt aber

$$\frac{\partial p_*}{\partial x} = \left[\frac{u_o \frac{\partial}{\partial x} \nabla_{x_*} u - \nabla_{x_*} u \nabla u_o'}{u_o^2}\right]$$

$$= \left[- \frac{1}{u_o} \nabla_{x_*} u \frac{1}{u_o} \nabla u_o' + \frac{1}{u_o} \frac{\partial}{\partial x} \nabla_{x_*} u\right]$$

$$= \left[- \frac{1}{u_o} \nabla_{x_*} u, I_n\right] \frac{H(u)}{u_o} \quad .$$

Multiplikation von rechts mit $\begin{bmatrix} - \frac{1}{u_o} \nabla_{x_*} u' \\ I_n \end{bmatrix}$ führt dann zu

$$\left[- \frac{1}{u_o} \nabla_{x_*} u, I_n\right] \frac{H(u)}{u_o} \begin{bmatrix} - \frac{1}{u_o} \nabla_{x_*} u' \\ I_n \end{bmatrix} = \frac{\partial p_*}{\partial x} \begin{bmatrix} - \frac{1}{u_o} \nabla_{x_*} u' \\ I_n \end{bmatrix}$$

$$= \frac{\partial p_*}{\partial x} \begin{bmatrix} -p_*' \\ I_n \end{bmatrix}$$

$$= \left[\frac{\partial p_*}{\partial x_*} - \frac{\partial p_*}{\partial x_o} p_*'\right]$$

$$\frac{\delta p_*}{\delta x_*}$$

(nach Gleichung (3-12)), so daß

$$dx' \frac{H(u)}{u_o} dx = dx_*' \frac{\delta p_*}{\delta x_*} dx_* \quad .$$

Wird diese Gleichung in (A-3-8) eingesetzt, folgt Gleichung (3-14).

Zu Kapitel 4

A-4-I: Herleitung der Gleichung (4-3)

Die Funktionalmatrizen der Nebenbedingung

$$C(x,y^1,\ldots,y^v,z^1,\ldots,z^w) = \begin{bmatrix} p_*(x)-q_*(y^v) \\ p(x)'Z-b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

sind

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \begin{bmatrix} I_n \\ Z_*' \end{bmatrix} \frac{\partial p_*}{\partial x} \; , \quad \frac{\partial C}{\partial y^l} = 0 \quad \forall\, l \in \{1,\ldots,v-1\}$$

$$\frac{\partial C}{\partial y^v} = \begin{bmatrix} -I_n \\ 0' \end{bmatrix} \frac{\partial q_*}{\partial y^v} \; , \quad \frac{\partial C}{\partial z^k} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} p' \quad \forall\, k \in W \; .$$

Setzt man diese Beziehungen in (3-7), (3-8) und (3-10) ein, hat man die Gleichungen

$$\text{(A-4-2)} \quad p_*' = \gamma_*' + \mu' \begin{bmatrix} I_n \\ Z_*' \end{bmatrix} \frac{\partial p_*}{\partial x} \begin{bmatrix} -p_*' \\ I_n \end{bmatrix}$$

$$\text{(A-4-3)} \quad q_*' = \gamma_*' - \mu' \left\{ \begin{bmatrix} -I_n \\ 0' \end{bmatrix} \frac{\partial q_*}{\partial y^v} \begin{bmatrix} -q_*' \\ I_n \end{bmatrix} \frac{\partial y_*^v}{\partial q_*} \right\} \left[\frac{\partial Y_*}{\partial q_*} \right]^{-1}$$

$$\text{(A-4-4)} \quad s_*^{k'} = \gamma_*' - \mu' \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} p' \begin{bmatrix} -s_*^{k'} \\ I_n \end{bmatrix} .$$

Nun ist nach Gleichung (3-12)

$$\frac{\partial p_*}{\partial x} \begin{bmatrix} -p_*' \\ I_n \end{bmatrix} = \left[\frac{\partial p_*}{\partial x_*} - \frac{\partial p_*}{\partial x_o} p_*' \right] = \frac{\delta p_*}{\delta x_*}$$

und nach (A-2-7) und (A-2-9)

$$\frac{\partial q_*}{\partial y^v} \begin{bmatrix} -q_*' \\ I_n \end{bmatrix} \frac{\partial y_*^v}{\partial q_*} = \begin{bmatrix} \frac{\partial q_*}{\partial y_*^v} - \frac{\partial q_*}{\partial y_o^v} q_*' \end{bmatrix} \frac{\partial y_*^v}{\partial q_*} = \frac{dq_*}{dy_*^v} \frac{\partial y_*^v}{\partial q_*} = I_n \ .$$

Berücksichtigt man schließlich noch, daß für $\mu' = [\mu_1, \ldots, \mu_{n+1}]$ gilt

$$\mu' \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} p' \begin{bmatrix} -s_*^{k'} \\ I_n \end{bmatrix} = \mu_{n+1} [p_* - s_*^k]' \quad ,$$

erhält man aus den Gleichungen (A-4-2) - (A-4-4) nach Multiplikation von rechts mit $\frac{\delta x_*}{\delta p_*}$ bzw. $\frac{\partial Y_*}{\partial q_*}$ die Beziehungen

$$\text{(A-4-5)} \quad 0' = [\gamma_* - p_*]' \frac{\delta x_*}{\delta p_*} + \mu' \begin{bmatrix} I_n \\ Z_*' \end{bmatrix}$$

$$\text{(A-4-6)} \quad 0' = [\gamma_* - q_*]' \frac{\partial Y_*}{\partial q_*} + \mu' \begin{bmatrix} I_n \\ 0' \end{bmatrix}$$

$$\text{(A-4-7)} \quad 0' = [\gamma_* - s_*^k]' - \mu_{n+1} [p_* - s_*^k]' \quad .$$

Subtraktion von (A-4-5) und (A-4-6) liefert wegen (4-1)

$$\text{(A-4-8)} \quad 0' = [\gamma_* - p_*]' \begin{bmatrix} \frac{\delta x_*}{\delta p_*} - \frac{\partial Y_*}{\partial q_*} \end{bmatrix} + \mu_{n+1} Z_*' \quad ,$$

und Substitution von γ_* aus (A-4-7) schließlich die Gleichung (4-3).

A-4-II: Beweis von Theorem 4-2

Der Beweis verläuft wie folgt: Sei s_* der optimale Schattenpreisvektor und dp_* die zur Differenz zwischen Markt- und Schattenpreisvektor proportionale Änderung des Marktpreisvektors, also $dp_* = \kappa[p_* - s_*]$, mit $\kappa \in \mathbb{R}$. Wegen (2-3), (2-7) und (2-10) ist

$$dZ_*' = dx_*' - dY_*'$$

$$= dp_*' \frac{\partial x_*}{\partial p_*} + \frac{\partial x_*'}{\partial \tilde{I}} d\tilde{I} - dp_*' \frac{\partial Y_*}{\partial p_*} .$$

Totales Differential der Budgetgeraden des privaten Haushalts liefert $d\tilde{I} = x_*' dp_* + dx_0 + p_*' dx_*$. Nach Voraussetzung ist aber $du = 0$, so daß $\nabla u' dx = \lambda[dx_0 + p_*' dx_*] = 0$ und damit $d\tilde{I} = x_*' dp_*$ gilt. Die obige Gleichung wird dann aber zu

$$dZ_*' = dp_*' \left[\frac{\partial x_*}{\partial p_*} + \frac{\partial x_*}{\partial \tilde{I}} x_*'\right] - dp_*' \frac{\partial Y_*}{\partial p_*}$$

$$= dp_*' \left[\frac{\delta x_*}{\delta p_*} - \frac{\partial Y_*}{\partial p_*}\right]$$

$$= \kappa[p_* - s_*]' \left[\frac{\delta x_*}{\delta p_*} - \frac{\partial Y_*}{\partial p_*}\right] .$$

Aus dem Vergleich mit der modifizierten Gleichung (4-3), nämlich

(A-4-9) $$-\sigma_1 Z_*' = [p_* - s_*]' \left[\frac{\delta x_*}{\delta p_*} - \frac{\partial Y_*}{\partial p_*}\right]$$

folgt aber schon

(A-4-10) $$dZ_* = -\kappa \sigma_1 Z_* .$$

Zu zeigen bleibt, daß $\kappa \gtrless 0$ die Ungleichungen $(-\kappa\sigma_1) \lesseqgtr 0$, bzw. $\sigma_1 > 0$ impliziert. Dazu multipliziert man (A-4-9) von rechts mit $[p_* - s_*]$. Die quadratische Form auf der rechten Seite der Gleichung ist negativ definit, da $\frac{\delta x_*}{\delta p_*}$ und $\left[-\frac{\partial Y_*}{\partial p_*}\right]$ negativ definit sind. Es ist also

$$-\sigma_1\left[\sum_{k\in W}(z_*^{k'}p_* - z_*^{k'}s_*)\right] = -\sigma_1\left[\sum_{k\in W}(z^{k'}p - z^{k'}s)\right] < 0.$$

Für jedes Produktionsprogramm der öffentlichen Unternehmen gilt aber nach den Überlegungen des zweiten Kapitels, daß der auf der Basis des Schattenpreisvektors ermittelte Gewinn ein Minimum darstellt, so daß $p'z^k - s'z^k > 0$ für alle $k \in W$. Damit ist $\sigma_1 > 0$ und die Behauptung des Theorems folgt.

Zu Kapitel 5

A-5-I: Beweis von Theorem 5-2

Theorem 5-2 wird in zwei Schritten bewiesen.
Zuerst wird gezeigt, daß aus gleichen (kompensierten) Nachfrageelastizitäten in bezug auf den Preis des Faktors Arbeit die Proportionalität von Konsumenten- und Schattenpreisvektor[1] im Optimum folgt; dann, daß umgekehrt Proportionalität der optimalen p_* und s_* gleiche (kompensierte) Nachfrageelastizitäten in Bezug auf p_o impliziert.
1. Vorausgesetzt wird $\epsilon_{1o} = \ldots = \epsilon_{no} \equiv \epsilon_o$ (nach (5-12) ist $\epsilon_{ik} = \frac{\delta x_i}{\delta p_k}\frac{p_k}{x_i}$). Wegen der allgemeinen Voraussetzung des Theorems, der Regularität der SLUTZKY-Matrix, gilt außerdem $\epsilon_o \neq 0$. Andernfalls, d.h. bei $\epsilon_{ko} = 0$ für alle $k \in N$, hätte man nach (5-11)

[1] Zu berücksichtigen ist, daß statt mit den Grenzkosten/Grenzraten der (technischen) Substitution der öffentlichen Güter mit den Schattenpreisen argumentiert werden kann, da beide im Unternehmensgleichgewicht übereinstimmen.

$0 = \frac{\delta x_*}{\delta p_*} p_*$ und die SLUTZKY-Matrix könnte (wegen $p_*>0$) nicht regulär sein.

Multipliziert man die erste Gleichung von (5-10) mit $\frac{\delta x_*}{\delta p_*}$, folgt

$$\text{(A-5-1)} \qquad [p_*-s_*]' \frac{\delta x_*}{\delta p_*} = \sigma_2 x_*' \quad .$$

Division der i-ten Komponente durch x_i führt unter Berücksichtigung der Symmetrieeigenschaft der SLUTZKY-Matrix zu

$$\frac{1}{x_i} \sum_{k\in N} (p_k - s_k) \frac{\delta x_i}{\delta p_k} = \sigma_2 \qquad \forall\ i\in N$$

bzw., wenn das k-te Glied der Summe auf der linken Seite noch mit p_k erweitert wird (in ausführlicher Schreibweise) zu

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \dots & \epsilon_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \epsilon_{n1} & \dots & \epsilon_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (1-{}^{s_1}/_{p_1}) \\ \dots \\ (1-{}^{s_n}/_{p_n}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_2 \\ \vdots \\ \sigma_2 \end{bmatrix} \quad .$$

Die Systemmatrix ist regulär, da die SLUTZKY-Matrix regulär ist: Unter Verwendung der (kompensierten) <u>Preiselastizitäten in bezug auf ein Gut k</u>,

$$\text{(A-5-2)} \qquad \eta_{ij} = \frac{\delta p_i}{\delta x_j} \frac{x_j}{p_i} \qquad \forall\ i,j\in N$$

gilt nämlich

$$\text{(A-5-3)} \qquad \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \dots & \epsilon_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \epsilon_{n1} & \dots & \epsilon_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_{11} & \dots & \eta_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \eta_{n1} & \dots & \eta_{nn} \end{bmatrix} = \left[\frac{\delta x_*}{\delta p_*}\right] \left[\frac{\delta p_*}{\delta x_*}\right]$$

$$= I_n \quad .$$

Die CRAMER-Regel kann also angewendet werden und liefert

$$\text{(A-5-4)} \quad \left(1-\frac{s_i}{p_i}\right) = \frac{\begin{vmatrix} \epsilon_{11} \ldots \sigma_2 \ldots \epsilon_{1n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \epsilon_{1n} \quad \sigma_2 \quad \epsilon_{nn} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \epsilon_{11} \ldots \epsilon_{1i} \ldots \epsilon_{1n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \epsilon_{n1} \ldots \epsilon_{ni} \ldots \epsilon_{nn} \end{vmatrix}} .$$

(↓ i-te Spalte)

Der Wert der Determinante im Nenner bleibt unverändert, wenn zur i-ten Spalte alle anderen Spalten addiert werden.[1] Die Elemente der i-ten Spalte sind wegen (5-11) dann gerade gleich $-\epsilon_{ko}$ ($\forall k \in N$) und annahmegemäß alle gleich $-\epsilon_o$. Multipliziert man nun noch jedes Element der i-ten Spalte der Zählerdeterminante mit $-{}^{\epsilon_o}/_{\sigma_2}$ und die Determinante selbst mit $-{}^{\sigma_2}/_{\epsilon_o}$,[2] erhält man gerade

$$\frac{s_i}{p_i} = 1+\frac{\sigma_2}{\epsilon_o}$$

oder, für $\zeta_1=(1+\frac{\sigma_2}{\epsilon_o})$,

$$\text{(A-5-5)} \quad s_* = \zeta_1 p_* ,$$

was zu beweisen war.

2. Im zweiten Schritt wird $s_* = \zeta_2 p_*$ vorausgesetzt, wobei p_*, s_* die optimalen Preisvektoren sind. Gleichung (A-5-1)

---

[1] Vgl. z.B. HADLEY [40, 94].

[2] Der Wert des Zählers ändert sich dann nicht, vgl. HADLEY [40, 89].

wird dann zu

$$p'_* \frac{\delta x_*}{\delta p_*} = -\frac{\sigma_2}{\zeta_2 - 1} x'_* .$$

Dividiert man die i-te Komponente dieser Gleichung durch x_i, folgt (wenn wieder die Symmetrieeigenschaft der SLUTZKY-Matrix ausgenutzt wird)

$$-\sum_{k \in N} \frac{\delta x_i}{\delta p_k} \frac{p_k}{x_i} = \frac{\delta x_i}{\delta p_o} \frac{p_o}{x_i} = \frac{\sigma_2}{1-\zeta_2} \qquad \forall\ i \in N.$$

Damit ist das Theorem bewiesen.

A-5-II: Beweis von Theorem 5-3

Zu beweisen ist zuerst das

Lemma

Die (kompensierten) Nachfrageelastizitäten aller Konsumgüter in bezug auf den Preis des Faktors Arbeit sind genau dann gleich, wenn die Summen der (kompensierten) Preiselastizitäten in bezug auf alle Konsumgüter übereinstimmen.

1. Zu zeigen ist im ersten Schritt: Aus $\epsilon_{10} = \ldots = \epsilon_{no} \equiv \epsilon_o$ folgt

$$\sum_{i \in N} \eta_{ki} = \sum_{i \in N} \eta_{ji} \qquad \text{für alle } K, j \in N.$$

Aus

$$\begin{bmatrix} \eta_{11} \cdot & \cdot & \cdot \eta_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \eta_{n1} \cdot & \cdot & \cdot \eta_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \cdot & \cdot & \cdot \epsilon_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \epsilon_{n1} \cdot & \cdot & \cdot \epsilon_{nn} \end{bmatrix} = I_n \text{ (vgl. Gleichung (A-5-3)}$$

erhält man

$$\sum_{j\in N} \eta_{kj} \left(\sum_{i\in N} \epsilon_{ji} \right) = 1.$$

Wegen (5-11) ist $\sum_{i\in N} \epsilon_{ji} = -\epsilon_{jo} = -\epsilon_o$, so daß

$$\sum_{j\in N} \eta_{kj} = -\frac{1}{\epsilon_o}$$

gilt für alle $k\in N$.

2. Die Umkehrung beweist man analog.

Der Beweis von Theorem 5-3 geht aus von einem Lemma bei LAU[1], demzufolge eine Funktion mit mindestens einer von Null verschiedenen ersten partiellen Ableitung genau dann homothetisch ist, wenn das Verhältnis von jeweils zwei der ersten partiellen Ableitungen eine homogene Funktion vom Grade Null ist. Angewandt auf $^{u_i}/u_j(x)$, $i,j\in N$, heißt das[2]

[1]Vgl. LAU [57, 379].

[2]Der erste Übergang, d.h. der Übergang von der ersten zur zweiten Zeile folgt aus der Symmetrieeigenschaft von H(u), der zweite aus $\nabla_{x_*} u = u_o p_*$, der vierte aus $\frac{\partial(u_i/u_j)}{\partial x_o}(x) = 0$ (vgl. Fußnote 2 auf S.63), der fünfte nach Multiplikation mit $(1/p_i p_j)$ und Erweiterung mit $x_*'(\partial p_*/\partial x_o)$, der sechste aus (3-12), der siebente schließlich nach Berücksichtigung der Symmetrie der ANTONELLI-Matrix und der Definition $\eta_{ik} = (\delta p_i/\delta x_k)/(x_k/p_i)$.

$$0 = x' \left[\frac{u_j \nabla u_i - u_i \nabla u_j}{u_j^2}\right]$$

$$= x' \left[u_j \frac{\partial}{\partial x_i} \nabla u - u_i \frac{\partial}{\partial x_j} \nabla u\right]$$

$$= x_o \; [u_j u_{oi} - u_i u_{oj}] + x_*' \left[u_j (u_{oi} p_* + u_o \frac{\partial p_*}{\partial x_i}) - u_i (u_{oj} p_* + u_o \frac{\partial p_*}{\partial x_j})\right]$$

(A-5-6) $$= p' x [u_j u_{oi} - u_i u_{oj}] + x_*' \left[u_j u_o \frac{\partial p_*}{\partial x_i} - u_i u_o \frac{\partial p_*}{\partial x_j}\right]$$

$$= x_*' \left[\frac{\partial p_*}{\partial x_i} p_j - \frac{\partial p_*}{\partial x_j} p_i\right]$$

$$= x_*' \left[\left(\frac{\partial p_*}{\partial x_i} \frac{1}{p_i} - \frac{\partial p_*}{\partial x_o}\right) - \left(\frac{\partial p_*}{\partial x_j} \frac{1}{p_j} - \frac{\partial p_*}{\partial x_o}\right)\right]$$

$$= x_*' \left[\frac{\delta p_*}{\delta x_i} \frac{1}{p_i} - \frac{\delta p_*}{\delta x_j} \frac{1}{p_j}\right]$$

$$= \sum_{k \in N} (\eta_{ik} - \eta_{jk}) \qquad \forall \; i,j \in N \; .$$

Nach dem obigen Lemma gilt dann aber auch

$$\epsilon_{10} = \epsilon_{2o} = \; . \; . \; . \; = \epsilon_{no},$$

was zu beweisen war.

A-5-III: Beweis von Theorem 5-4

Regularität der SLUTZKY-Matrix vorausgesetzt, ist die Lösung der Gleichung (A-5-4) im Drei-Güter-Fall

$$(1 - \frac{s_1}{p_1}) = \frac{\sigma_2}{|\epsilon|} (\epsilon_{22} - \epsilon_{12})$$

$$(1 - \frac{s_2}{p_2}) = \frac{\sigma_2}{|\epsilon|} (\epsilon_{11} - \epsilon_{21}),$$

wobei $|\epsilon|$ die Determinante der Systemmatrix ist.

Wegen (5-11) gilt aber auch

$$(1 - \frac{s_1}{p_1}) = \frac{\sigma_2}{|\epsilon_o|} (\epsilon_{1o}+\epsilon_{11}+\epsilon_{22})$$

$$(1 - \frac{s_2}{p_2}) = \frac{\sigma_2}{|\epsilon|} (\epsilon_{2o}+\epsilon_{11}+\epsilon_{22})$$

und damit

$$\frac{s_2}{p_2} - \frac{s_1}{p_1} = \frac{\sigma_2}{|\epsilon_o|} (\epsilon_{1o}-\epsilon_{2o}) \quad .$$

Die Determinante $|\epsilon|$ ist wegen der Negativ-Definitheit der SLUTZKY-Matrix bei zwei Konsumgütern positiv.[1] Zur Bestimmung des Vorzeichens von σ_2 werden die Gleichungen (5-10) von rechts mit x_* bzw. Y_* multipliziert und anschließend voneinander subtrahiert. Man erhält[2]

---

[1] Vgl. Theorem 1. E. 11 (ii) bei TAKAYAMA [100, 119].

[2] Da L=0, ist $p'x=q'Y$.

$$\sigma_2\left\{x_*'\left[\frac{\delta x_*}{\delta p_*}\right]^{-1}x_*-Y_*'\left[\frac{\partial Y_*}{\partial q_*}\right]^{-1}Y_*\right\} = p_*'x_*-q_*'Y_*-s_*'Z_*$$

$$= p'x-q'Y-s'Z$$

$$= -s'Z \quad .$$

Aufgrund der gleichen Überlegungen wie auf S. 171 gilt $s'Z<q'Z$. Der öffentliche Sektor realisiert annahmegemäß ein Defizit, so daß $s'Z<q'Z<0$ ist. Da die Summe der quadratischen Formen auf der linken Seite negativ ist, muß auch σ_2 negativ sein. Die im obigen Theorem aufgestellte Behauptung folgt:

$$\frac{s_1}{p_1} \lesseqgtr \frac{s_2}{p_2} \quad , \quad \text{wenn} \quad \epsilon_{1o} \lesseqgtr \epsilon_{2o} \quad .$$

A-5-IV: Beweis von Theorem 5-7

Annahmegemäß ist $d[p_*-s_*] = \alpha[p_*-s_*]$ und $dz_*^k=0$ für alle $k\in W$. Die HESSEsche Matrix von g^k ist regulär und es gilt analog zu (A-2-8) $H(g^k) = -\frac{ds_*}{dz_*^k}$. Aus dem totalen Differential von (2-12): $dz_*^{k'} = ds_*' \frac{\partial z_*^k}{\partial s_*}$ folgt aber dann, daß auch $ds_*=0$ und damit $dp_*=\alpha[p_*-s_*]$ gelten müssen.

Nun ist[1] $dp_*' = dx_*'\left[\frac{\delta x_*}{\delta p_*}\right]^{-1} = \alpha[p_*-s_*]' = \alpha\sigma_2 x_*'\left[\frac{\delta x_*}{\delta p_*}\right]^{-1}$ (nach Gleichung 5-10) und damit

$$dx_*' = \alpha\sigma_2 x_*' \quad .$$

[1] Vgl. S. 170

Aus den Marktgleichgewichtsbedingungen (2-13) erhält man aber

$$dY'_* = dx'_* = \alpha\sigma_2 x'_* \ ,$$

was zu beweisen war.

A-5-V: Zur Herleitung der Gleichungen (5-15) und (5-16)

Die Funktionalmatrizen der modifizierten Nebenbedingung (5-4) sind

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \left[\begin{array}{c|c} x_*^{pr'} \frac{\partial p_*^{pr}}{\partial x_o} & x_*^{pr'} \frac{\partial p_*^{pr}}{\partial x_*} + [t_*^{pr'}, 0'] \\ \hline \frac{\partial p_*^{st}}{\partial x_o} & \frac{\partial p_*^{st}}{\partial x_*} \end{array}\right] ,$$

$$\frac{\partial C}{\partial y} = \begin{bmatrix} -x_*^{pr'} \frac{\partial q_*^{pr}}{\partial y} + z'_* \frac{\partial q_*}{\partial y} \\ - \frac{\partial q_*^{st}}{\partial y} \end{bmatrix} \quad , \quad \frac{\partial C}{\partial z} = \begin{bmatrix} q' \\ 0' \end{bmatrix} \ .$$

Einzusetzen ist jetzt in die Gleichungen (3-7), (3-4), (3-10), so daß die optimalen Preisvektoren sich ergeben zu

$$p'_* = \gamma'_* + \mu_1 x_*^{pr'} \left[\frac{\partial p_*^{pr}}{\partial x_*} - \frac{\partial p_*^{pr}}{\partial x_o} p'_*\right] + \mu_1 \left[t_*^{pr'}, 0'\right] + \\ + \mu^{st'} \left[\frac{\partial p_*^{st}}{\partial x_*} - \frac{\partial p_*^{st}}{\partial x_o} p'_*\right]$$

$$q'_* = \gamma'_* + \mu_1 x_*^{pr'} \left[\frac{\partial q_*^{pr}}{\partial y_*} - \frac{\partial q_*^{pr}}{\partial y_o} q'_*\right] - \mu_1 z'_* \left[\frac{\partial q_*}{\partial y_*} - \frac{\partial q_*}{\partial y_o} q'_*\right] + \\ + \mu^{st'} \left[\frac{\partial q_*^{st}}{\partial y_*} - \frac{\partial q_*^{st}}{\partial y_o} q'_*\right]$$

$$s'_* = \gamma'_* - \mu_1[q_* - s_*]' \quad .$$

Die Differenz der beiden ersten Gleichungen liefert (5-16), die Differenz der beiden letzten die Gleichung (5-15).

Zu Kapitel 6

A-6-I: Herleitung der Gleichungen (6-2) - (6-4)

Die Funktionalmatrizen der Beschränkungsgleichungen (6-1) sind

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \begin{bmatrix} \nabla p_1(x)' \\ \cdots\cdots\cdots \\ \nabla p_{n-1}(x)' \end{bmatrix} \quad , \quad \frac{\partial C}{\partial y^l} = 0 \qquad \forall\ l \in \{1,\ldots,v-1\}$$

$$\frac{\partial C}{\partial y^v} = -\begin{bmatrix} c_1 \nabla q_1(y^v)' \\ \cdots\cdots\cdots \\ c_{n-1}\nabla q_{n-1}(y^v)' \end{bmatrix} \quad , \quad \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad .$$

Wenn $\mu'_o = [\mu_1,\ldots,\mu_{n-1}]$ der den Gleichungen (6-1) zugeordnete Vektor der LAGRANGE-Multiplikatoren ist, erhält man nach Einsetzen in die Gleichungen (3-7), (3-8) und (3-10) die Beziehungen

$$p'_* = \gamma'_* + \mu'_o \frac{\delta p_o}{\delta x_*}$$

$$q'_* = \gamma'_* + \mu'_o [C_{n-1}, 0] \left[\frac{\partial Y_*}{\partial q_*}\right]^{-1} \qquad \text{mit } C_{n-1} = \begin{bmatrix} c_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & c_{n-1} \end{bmatrix}$$

$$s'_* = \gamma'_* \quad .$$

Nach geeigneter Erweiterung der beiden ersten Gleichungen folgen die Beziehungen (6-2) - (6-4).

A-6-II: Herleitung des Gleichungssystems (6-9)

Berücksichtigt man die Gleichung (6-7) in (6-5) und multipliziert diese dann von rechts mit $\frac{\delta x_*}{\delta p_*}$, folgt

$$\text{(A-6-1)} \quad [p'_\square - \gamma'_\square, p_n - s_n] \frac{\delta x_*}{\delta p_*} = [\mu'_\square, 0] \quad .$$

Bei konstanten Skalenerträgen im privaten Produktionssektor wird Gleichung (6-6) zu

$$q'_\square = \gamma'_\square + \mu'_\square C_{n-1} \frac{dq_\square}{dy_\square} \quad ,$$

bzw. wegen (A-2-8) zu

$$q'_\square = \gamma'_\square - \mu'_\square C_{n-1} H(F) \quad ,$$

wobei jetzt gilt

$$H(F) = \begin{bmatrix} F_{11} \cdots\cdots F_{1(n-1)} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ F_{(n-1)1} \cdots F_{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \quad .$$

Geeignete Erweiterung und Multiplikation von rechts mit $\frac{\delta x_*}{\delta p_*}$ führt zu

$$\text{(A-6-2)} \quad [q'_\square - \gamma'_\square, 0] \frac{\delta x_*}{\delta p_*} = [\mu'_\square, 0] C_n \begin{bmatrix} -H(F) & 0 \\ 0' & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\delta x_\square}{\delta p_\square} & \frac{\delta x_\square}{\delta p_n} \\ \nabla_{p_\square} x'_n & \frac{\delta x_n}{\delta p_n} \end{bmatrix}$$

Subtraktion der Gleichungen (A-6-1) und (A-6-2) liefert

$$[\mu_\square', 0] \left\{ I_n + C_n \begin{bmatrix} H(F)\,\frac{\delta x_\square}{\delta p_\square} & H(F)\,\frac{\delta x_\square}{\delta p_n} \\ 0' & 0 \end{bmatrix} \right\} = [p_\square' - q_\square', p_n - s_n]\,\frac{\delta x_*}{\delta p_*} \tag{A-6-3}$$

$$= p_*'\,\frac{\delta x_*}{\delta p_*} - q_\square'\,\frac{\delta x_\square}{\delta p_*} - s_n \nabla_{p_*} x_n'.$$

Nun ist[1]

$$p_*'\,\frac{\delta x_*}{\delta p_*} = -\nabla_{p_*} x_\square \Big|_u \quad \text{bzw.} \quad \frac{\delta x_n}{\delta p_j} = -\frac{1}{p_n} \sum_{i=\square}^{n-1} p_i\,\frac{\delta x_i}{\delta p_j} \qquad \forall\ j \in N. \tag{A-6-4}$$

Eingesetzt in (A-6-3) folgt das Gleichungssystem (6-9) nach Zusammenfassung und Transposition.

A-6-III: Herleitung der Gleichung (6-16)

Die mathematischen Manipulationen entsprechen denen des Anhangs A-6-II. Ausgangspunkt ist das Gleichungssystem (6-5) - (6-7). Die Gleichung (A-6-1) gilt unverändert. Multipliziert man Gleichung (6-6) zuerst von rechts mit $\frac{\partial Y_\square}{\partial q_\square}$ und anschließend von rechts mit $[C_{n-1}]^{-1}$, erhält man die Gleichung

$$[q_\square - \gamma_\square]'\,\frac{\partial Y_\square}{\partial q_\square}\,[C_{n-1}]^{-1} = \mu_\square' \ . \tag{A-6-5}$$

Wird (A-6-5) nach geeigneter Erweiterung von (A-6-1) subtrahiert, folgt

[1]Vgl. z.B. HENDERSON/QUANDT [43, 39].

$$[p_\square' - \gamma_\square', p_n - s_n] \begin{bmatrix} \frac{\delta x_\square}{\delta p_\square} & \frac{\delta x_\square}{\delta p_n} \\ & \\ \nabla_{p_\square} x_n \Big|_u' & \frac{\delta x_n}{\delta p_n} \end{bmatrix} - [q_\square' - \gamma_\square', 0] \begin{bmatrix} \frac{\partial Y_\square}{\partial q_\square} [C_{n-1}]^{-1} & 0 \\ & \\ 0' & 0 \end{bmatrix} = 0$$

bzw. die Gleichungen

$$p_*' \frac{\delta x_*}{\delta p_\square} - \gamma_\square' \frac{\delta x_\square}{\delta p_\square} - s_n \nabla_{p_\square} x_n \Big|_u' - q_\square' \frac{\partial Y_\square}{\partial q_\square} [C_{n-1}]^{-1} + \gamma_\square' \frac{\partial Y_\square}{\partial q_\square} [C_{n-1}]^{-1} = 0$$

$$p_*' \frac{\delta x_*}{\delta p_n} - \gamma_\square' \frac{\delta x_\square}{\delta p_n} - s_n \frac{\delta x_n}{\delta p_n} = 0.$$

Nach Berücksichtigung der Beziehungen (A-6-4), Zusammenfassung und Transposition folgt (in ausführlicher Schreibweise und wegen $[C_{n-1}]^{-1} = \begin{bmatrix} c_1^{-1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & c_{n-1}^{-1} \end{bmatrix}$)

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{\delta x_1}{\delta p_1} - c_1^{-1} \frac{\partial Y_1}{\partial q_1}\right) & \cdots & \left(\frac{\partial x_{n-1}}{\partial p_1} - c_1^{-1} \frac{\partial Y_{n-1}}{\partial q_1}\right) & \sum_{i=o}^{n-1} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \left(\frac{\delta x_1}{\delta p_{n-1}} - c_{n-1}^{-1} \frac{\partial Y_1}{\partial q_{n-1}}\right) & \cdots & \left(\frac{\delta x_{n-1}}{\delta p_{n-1}} - c_{n-1}^{-1} \frac{\partial Y_{n-1}}{\partial q_{n-1}}\right) & \sum_{i=o}^{n-1} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_{n-1}} \\ \frac{\delta x_1}{\delta p_n} & \cdots & \frac{\delta x_{n-1}}{\delta p_n} & \sum_{i=o}^{n-1} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\gamma_1 \\ \vdots \\ -\gamma_{n-1} \\ \frac{s_n}{p_n} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \left(\frac{\delta x_\square}{\delta p_1} + c_1^{-1} q_\square' \frac{\partial Y_\square}{\partial q_1}\right) \\ \cdots \\ \left(\frac{\delta x_\square}{\delta p_{n-1}} + c_{n-1}^{-1} q_\square' \frac{\partial Y_\square}{\partial q_{n-1}}\right) \\ \frac{\delta x_\square}{\delta p_n} \end{bmatrix} . \qquad \text{(A-6-6)}$$

Vor Anwendung der CRAMER-Regel muß gezeigt werden, daß die Systemmatrix regulär ist. Dazu betrachtet man die folgende Hilfsmatrix

$$(A\text{-}6\text{-}7)\quad D = \left\{ \begin{bmatrix} \frac{\delta x_o'}{\delta p_o} & \nabla_{p_o} x_n \big|_u \\ \frac{\delta x_o'}{\delta p_n} & \frac{\delta x_n}{\delta p_n} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} [C_{n-1}]^{-1} \frac{\partial Y_o'}{\partial q_o} & 0 \\ 0' & 0 \end{bmatrix} \right\} .$$

Bezeichnet man die Systemmatrix in (A-6-6) mit B, besteht zwischen den Determinanten der Matrizen B und D wegen (A-6-4) die Beziehung[1]

$$|B| = -\frac{1}{p_n}\,|D| \quad .$$

Wegen $p_n>0$ ist zu zeigen, daß $|D|\neq 0$ ist: Die erste Matrix auf der rechten Seite von (A-6-7) ist die transponierte SLUTZKY-Matrix, die negativ definit ist. In der zweiten Matrix ist die Komponente $\frac{\partial Y_o'}{\partial q_o}$ der entsprechenden Untermatrix positiv definit, ebenso die Komponente $[C_{n-1}]^{-1}$, wenn alle c_i größer Null, d.h. die Steuersätze kleiner als 100% (aber positiv) sind. Da die Determinante des Produkts $[C_{n-1}]^{-1} \frac{\partial Y_o'}{\partial q_o}$ und ebenso alle Hauptminoren positiv sind, ist das Produkt selbst positiv definit.[2] Die zweite Matrix auf der rechten Seite von (A-6-7) ist dann positiv semidefinit, bzw. bei Berücksichtigung des negativen

---

[1] Wegen $\sum_{i=o}^{n-1} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_j} = -p_n \frac{\delta x_n}{\delta p_j} \quad \forall\, j\in N$ und da bei Multiplikation der letzten Spalte von $|B|$ mit $-p_n$ die Determinante selbst auch mit $-p_n$ multipliziert werden muß, vgl. HADLEY [40, 89].

[2] Vgl. HADLEY [40, 262].

Vorzeichens negativ semidefinit, so daß D negativ definit, die Determinante von D und damit die der Systemmatrix von (A-6-7) also ungleich Null ist.

Anwendung der CRAMER-Regel liefert die Gleichung (6-16), mit der im Text gegebenen Symbolerklärung.

A-6-IV: Beweis von Theorem 6-3

Zu zeigen ist zuerst, daß der durch (6-19) bestimmte Quotient $^{s_n}/_{p_n}$ eine konvexe Kombination der $c_i^{-1} = {}^{q_i}/_{p_i}$ (für alle $i \in \{0,1,\dots,n-1\}$) ist. Die Gewichte $\left(\sum_{j=1}^{n} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_j} B_{jn} \Big/ \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=1}^{n} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_j} B_{jn}\right)$ addieren sich sicherlich zu Eins. Der Beweis, daß sie positiv sind, ist allerdings mühsam und wird in drei Schritten geführt.

Zuerst wird gezeigt, daß die Kofaktoren D_{ij} und D_{ii} der durch (A-6-7) definierten Matrix D übereinstimmende Vorzeichen haben, wenn verbundene Produktion ausgeschlossen ist. Damit können im zweiten Schritt die Vorzeichen der Kofaktoren B_{jn} der Systemmatrix von (A-6-6) bestimmt werden. Der dritte Beweisschritt schließlich zeigt, daß die oben angegebenen Gewichte unter den Voraussetzungen des Theorems positiv sind. Gezeigt werden muß dann noch, daß $\tau_i\big|_{min} < \frac{p_n - s_n}{p_n} < \tau_i\big|_{max}$ ist.

1. Ausgangspunkt ist die durch (A-6-7) definierte Matrix D, deren Elemente zur Vereinfachung der Schreibweise mit d_{ij} bezeichnet werden. Zu berücksichtigen ist, daß die in D auftauchende Matrix $\frac{\partial Y_o'}{\partial q_o}$ aufgrund der Annahme, daß verbundene Produktion ausgeschlossen ist, eine Diagonalmatrix ist. Dann ist auch die Untermatrix $[C_{n-1}]^{-1} \frac{\partial Y_o'}{\partial q_o}$ eine Diagonalmatrix. Da diese positiv definit ist, sind die Diagonalelemente positiv. Aus der Haushaltstheorie ist bekannt[1], daß die Diagonalelemente

[1]Vgl. z.B. HENDERSON/QUANDT [43, 41/42].

der SLUTSKY-Matrix negativ sind. Damit sind die Diagonalelemente der Matrix D auf alle Fälle negativ. Die Nicht-Diagonalelemente sind nun nach der Voraussetzung des Theorems 6-4 positiv.

Sei D_{ij} der Kofaktor des Elements (ij) von D, $D_{ii,kt}$ der Kofaktor des Elements (kt) der dem Kofaktor D_{ij} entsprechenden Matrix usw. . Da die Matrix D negativ definit ist (vgl. Anhang A-6-I), gilt[1]

$$(-1)^n |D|>0 \ , \ (-1)^{n-1} D_{ii}>0 \ , \ (-1)^{n-2} D_{ii,kk}>0$$

usw. und damit insbesondere.

(A-6-8) $$\frac{D_{ii,kk}}{D_{ii}} < 0 \quad .$$

Über das Beweisverfahren der vollständigen Induktion wird jetzt gezeigt, daß die Vorzeichen der Kofaktoren D_{ji} und D_{ii} der soeben charakterisierten Matrix D übereinstimmen.[2]

a Für n=2 ist $D_{ji} = - \frac{\delta x_j}{\delta p_i} < 0 \ (i \neq j)$ und $D_{ii} = d_{ii} < 0$,

die Aussage also richtig.

b Für (n-1) wird die Gültigkeit der Behauptung und damit

(A-6-9) $$\text{sign } D_{ii,jk} = \text{sign } D_{ii,kk}$$

vorausgesetzt. Zu zeigen ist, daß die Aussage dann auch für n gilt. Entwickelt man den Kofaktor D_{ji} nach der i-ten Zeile, hat man[3]

---

[1] Vgl. z.B. HADLEY [40, 262].

[2] Der folgende Beweisschritt geht zurück auf MOSAK [72, 49-51].

[3] Vgl. HADLEY [40, 128, Aufg. 3-64].

$$D_{ji} = \sum_{\substack{k\in N\\ k\neq i}} d_{ik}\, D_{ji,ik}$$

$$= - \sum_{\substack{k\in N\\ k\neq i}} d_{ik}\, D_{ii,jk} \quad ,$$

da bei Vertauschung zweier Zeilen das Vorzeichen einer Determinante wechselt.[1] Die d_{ik} sind für alle $i \neq k$ nach Voraussetzung positiv.

Division durch D_{ii} ergibt dann wegen (A-6-8) und (A-6-9) $D_{ji}/D_{ii} > 0$, also gleiche Vorzeichen von D_{ji} und D_{ii}. Wegen $(-1)^{n-1} D_{ii} > 0$ gilt also auch $(-1)^{n-1} D_{ji} > 0$.

2. Der Vergleich der Systemmatrix B von (A-6-6) mit der Matrix D zeigt, daß gilt $B_{jn} = D_{jn}$ für alle $j\in N$ und damit auch

(A-6-10) $\quad (-1)^{n-1}\, B_{jn} > 0 \qquad \forall\ j\in N$.

3. Unter Berücksichtigung von (6-18) ist der Gewichtungsfaktor der c_i^{-1} in (6-19) für $i=o$ gegeben durch

$$\frac{\sum\limits_{j=1}^{n} p_o \frac{\delta x_o}{\delta p_j} B_{jn}}{\sum\limits_{j=1}^{n} p_o \frac{\delta x_o}{\delta p_j} B_{jn} + \sum\limits_{i=1}^{n-1} \sum\limits_{j=1}^{n} q_i \frac{\partial Y_i}{\partial q_i} B_{in}}$$

und für $i=1,\ldots,n$ durch

$$\frac{q_i \frac{\partial Y_i}{\partial q_i} B_{in}}{\sum\limits_{j=1}^{n} p_o \frac{\delta x_o}{\delta p_j} B_{jn} + \sum\limits_{i=1}^{n-1} \sum\limits_{j=1}^{n} q_i \frac{\partial Y_i}{\partial q_i} B_{in}} \quad .$$

---

[1] Vgl. HADLEY [40, 89].

Multipliziert man Zähler und Nenner dieser Quotienten mit $(-1)^{n-1}$, sind wegen (A-6-10) und $\frac{\partial x_o}{\partial p_j} > 0$ (für $j \in N$), sowie $\frac{\partial Y_i}{\partial y_i} > 0$ (für $i \in N$) auch die Gewichtungsfaktoren positiv, was zu beweisen war.

4. Aus $c_i^{-1}\big|_{min} < \frac{s_n}{p_n} < c_i^{-1}\big|_{max}$ folgt die Behauptung

$$\tau_i\big|_{min} < \frac{p_n - s_n}{p_n} < \tau_i\big|_{max} \, .$$

Zu Kapitel 7

A-7-I: Beweis der Behauptung, daß eine Änderung des Vektors t_o genau dann zu einer Erhöhung des Nutzenniveaus führt, wenn das "Wohlfahrtskriterium" (7-10) erfüllt ist.

Totales Differential der ersten n Gleichungen von (7-9) liefert[1]

$$\text{(A-7-1)} \quad \begin{aligned} &\left(\frac{\delta x_o}{\delta u} - \nabla F' \frac{\delta x_o}{\delta u} \right) du + \left(\nabla_{p_o} x_o\big|_u' - \nabla F' \frac{\delta x_o}{\delta p_o} \right) dp_o = 0 \\ &\left(H(F) \frac{\delta x_o}{\delta u} \right) du + \left(I_{n-1} + H(F) \frac{\delta x_o}{\delta p_o} \right) dp_o = dt_o \, . \end{aligned}$$

1 Mit $\frac{\delta x_o}{\delta u}$ bzw. mit $\nabla_{p_o} x_o\big|_u$ wird die erste partielle Ableitung bzw. der entsprechende Gradient der Funktion $x_o(1,p_o;u)$ nach u bezeichnet; analoges gilt für $x_o(1,p_o; u)$.

Mit $\frac{\delta x}{\delta p}$ ist nach (7-2-d) auch H(E) symmetrisch, so daß

$\nabla_{p_o} x_o|_u = \frac{\delta x_o}{\delta p_o}$ ist. Da die Ausgabenfunktion homogen vom Grade Eins in den Preisen ist (vgl. 7-2-a), sind ihre diesbezüglichen ersten partiellen Ableitungen homogen vom Grade Null. Es gilt also $\frac{\delta x_o}{\delta p_o}' + p_o' \frac{\delta x_o}{\delta p_o} = 0'$ und wegen der obigen Beziehung auch

$$\text{(A-7-2)} \quad \nabla p_o x_o|_u' = -p_o' \frac{\delta x_o}{\delta p_o} \quad .$$

Berücksichtigt man (A-7-2) und außerdem (7-5) im Gleichungssystem (A-7-1), erhält man in Matrixschreibweise

$$\text{(A-7-3)} \quad \begin{bmatrix} \left(\frac{\delta x_o}{\delta u} + q_o' \frac{\delta x_o}{\delta u}\right) & -\, t_o' \frac{\delta x_o}{\delta p_o} \\ H(F) \frac{\delta x_o}{\delta u} & \left(I_{n-1} + H(F) \frac{\delta x_o}{\delta p_o}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} du \\ dp_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ dt_o \end{bmatrix} .$$

Hinreichende Bedingung für die Eindeutigkeit des Gleichgewichts ist nach DIXIT[1], daß die Systemmatrix regulär ist und ihre Hauptminoren positiv sind. Mit dieser Annahme gilt insbesondere $\frac{\delta x_o}{\delta u} + q_o' \frac{\delta x_o}{\delta u} > 0$.

Diese Ungleichung ist dann erfüllt, wenn keine inferioren Güter existieren (oder wenn deren Effekte nicht allzu stark sind). Denn der -für die Definition inferiorer Güter konstitutive- Ausdruck $\partial x_k/\partial \tilde{I}$ ist gerade gleich dem Produkt aus Grenznutzen des Einkommens (λ) und $\delta x_k/\delta u$. Wegen $\lambda>0$ ist ein Gut aber genau dann nicht inferior, wenn $\delta x_k/\delta u>0$ ist. Gilt das für

---

[1] Vgl. DIXIT [25; 110] in Anlehnung an NIKAIDO [76; chap. VIII].

alle Güter, ist die obige Ungleichung auf alle Fälle erfüllt.

Werden die Untermatrizen in der Systemmatrix von (A-7-3) mit Q_{ij} (i,j=1,2) bezeichnet, erhält man nach Inversion für die an dieser Stelle allein interessierende Änderung des Nutzenniveaus[1]

$$(A\text{-}7\text{-}4) \quad du = \left\{-\left[Q_{11}-Q_{12}Q_{22}^{-1}Q_{21}\right]^{-1} Q_{12}Q_{22}^{-1}\right\}' dt_{\square} \quad .$$

Zum Beweis der Behauptung wird zuerst gezeigt, daß $\left[Q_{11}-Q_{12}Q_{22}^{-1}Q_{21}\right]^{-1}>0$ ist; anschließend, daß gilt $-Q_{12}Q_{22}^{-1} = t'_{\square}\left[\frac{\delta p_{\square}}{\delta x_{\square}} - \frac{\delta q_{\square}}{\delta y_{\square}}\right]^{-1}$.

a Die Determinante der Systemmatrix von (A-7-3), im folgenden mit $|Q|$ bezeichnet, ist nach Voraussetzung größer Null. Nun gilt aber[2]

$$|Q| = |Q_{22}|\,|Q_{11}-Q_{12}Q_{22}^{-1}Q_{21}| \quad .$$

Neben $|Q|$ ist $|Q_{22}|$ auf alle Fälle positiv, da[3]

$$\begin{aligned} |Q_{22}| &= \left|I_{n-1} + H(F)\,\frac{\delta x_{\square}}{\delta p_{\square}}\right| \\ &= \left|\left[\frac{\delta p_{\square}}{\delta x_{\square}} - \frac{\delta q_{\square}}{\delta y_{\square}}\right]\frac{\delta x_{\square}}{\delta p_{\square}}\right| \\ &= \left|\frac{\delta p_{\square}}{\delta x_{\square}} - \frac{\delta q_{\square}}{\delta y_{\square}}\right|\left|\frac{\delta x_{\square}}{\delta p_{\square}}\right| \quad . \end{aligned}$$

---

[1] Zur Inversion solcher Blockmatrizen vgl. z.B. HADLEY [40, 108 f].

[2] Vgl. etwa JOHNSTON [48, 93-95].

[3] Beim Übergang von der ersten zur zweiten Zeile wird wieder $H(F) = -\frac{\delta q_{\square}}{\delta y_{\square}}$ berücksichtigt, anschließend, daß die Determinante des Produkts quadratischer Matrizen gleich dem Produkt der Determinanten ist, vgl. HADLEY [40, 99].

Die Matrizen $\left[\frac{\delta p_o}{\delta x_o} - \frac{\delta q_o}{\delta y_o}\right]$ und $\frac{\delta x_o}{\delta p_o}$ sind negativ definit, ihre Determinanten haben also gleiche Vorzeichen, so daß $|Q_{22}|>0$ ist.

Da $Q_{11}-Q_{12}Q_{22}^{-1}Q_{21}$ ein Skalar ist, muß mit $|\cdot|>0$ auch $\left[Q_{11}-Q_{12}Q_{22}^{-1}Q_{21}\right]^{-1}>0$ sein.

b Unter Verwendung der obigen Ableitung ist[1]

$$-Q_{12}Q_{22}^{-1} = t_o' \frac{\delta x_o}{\delta p_o} \left\{\left[\frac{\delta p_o}{\delta x_o} - \frac{\delta q_o}{\delta y_o}\right] \frac{\delta x_o}{\delta p_o}\right\}^{-1}$$

$$= t_o' \frac{\delta x_o}{\delta p_o} \left[\frac{\delta x_o}{\delta p_o}\right]^{-1} \left[\frac{\delta p_o}{\delta x_o} - \frac{\partial q_o}{\partial y_o}\right]^{-1}$$

$$= t_o' \left[\frac{\delta p_o}{\delta x_o} - \frac{\partial q_o}{\partial y_o}\right]^{-1} .$$

Damit ist die Behauptung bewiesen.

A-7-II: Beweis von Theorem 7-4

Zuerst wird geprüft, welche Form das "Wohlfahrtskriterium" (7-11) unter der Bedingung eines konstanten Steueraufkommens annimmt. Konstantes Steueraufkommen bedeutet[2]

[1] Zum ersten Übergang vgl. HADLEY [40; 109].

[2] Beim zweiten Übergang wird das totale Differential von (7-3-b) verwendet, beim dritten Übergang die Gleichung (A-7-4), wobei konstante Grenzkosten und die Definition $\kappa=[Q_{11}-Q_{12}Q_{22}^{-1}Q_{21}]^{-1}$ zu berücksichtigen sind. Man berechnet leicht, daß $\kappa=1/\left(\frac{\delta x_o}{\delta u} + q_o' \frac{\delta x_o}{\delta u}\right)$, so daß $\left(1+\kappa t_o' \frac{\delta x_o}{\delta u}\right) = \kappa \left(\frac{\delta x_o}{\delta u} + p_o' \frac{\delta x_o}{\delta u}\right)$ ist. Wegen $E = p_o'x_o(p_o,u) + p_ox_o(p_o,u)$ ist das aber gleich $\kappa \frac{\partial E}{\partial u}$. Diese Überlegungen liegen dem letzten Übergang zugrunde.

$$
\begin{aligned}
0 &= d(t_o' x_o) \\
&= x_o' dt_o + t_o' dx_o \\
&= x_o' dt_o + t_o' \left[\frac{\delta x_o}{\delta p_o} dp_o + \frac{\delta x_o}{\delta u} du \right] \\
\text{(A-7-5)} \quad &= x_o' dt_o + t_o' \left[\frac{\delta x_o}{\delta p_o} dt_o + \kappa \frac{\delta x_o}{\delta u} \left(t_o' \frac{\delta x_o}{\delta p_o} dt_o \right) \right] \\
&= x_o' dt_o + t_o' \frac{\delta x_o}{\delta p_o} dt_o \left(1 + \kappa t_o' \frac{\delta x_o}{\delta u} \right) \\
&= \left[x_o' + \kappa \frac{\partial E}{\partial u} t_o' \frac{\delta x_o}{\delta p_o} \right] dt_o \quad .
\end{aligned}
$$

Da sowohl κ als auch $\frac{\partial E}{\partial u}$ größer Null sind, kann das Kriterium (7-11) durch

(A-7-6) $\quad x_o' dt_o < 0$

ersetzt werden.

Im Ausgangsgleichgewicht ist $t_o = \beta p_o$, so daß (A-7-5) unter Berücksichtigung von (A-7-2) und nach geeigneter Erweiterung zu

(A-7-7) $\quad 0 = \sum_{i=1}^{n-1} x_i (1 - \Omega \beta \epsilon_{io}) dti$

wird. Dabei wurde zur Vereinfachung der Schreibweise definiert $\Omega = \kappa \frac{\partial E}{\partial u}$, ϵ_{io} ist wieder die (kompensierte) Nachfrageelastizität des Gutes i in bezug auf den Preis des Faktors Arbeit.[1]

[1] Da $p_o = 1$, ist diese Preisänderung wieder zu interpretieren als eine entgegengerichtete, gleiche relative Änderung der Preise aller anderen Güter.

Wird schließlich angenommen, daß eine Erhöhung von t_i ceteris paribus eine Erhöhung des Steueraufkommens bewirkt, ist $x_i(1-\Omega\beta\epsilon_{io})$ und damit auch $(1-\Omega\beta\epsilon_{io})$ größer Null für $i\in\{1,...,n-1\}$.

Nun zum eigentlichen Beweis des Theorems.
Nach Voraussetzung gibt es zwei disjunkte Mengen[1]

$$M_I = \{x_i | dt_i < 0\} \text{ und}$$
$$M_{II} = \{x_k | dt_k > 0 \text{ und } \epsilon_{ko} < \epsilon_{io} \text{ für alle } i\in IM_I\}.$$

Aus (A-7-7) erhält man

$$\sum_{i\in IM_I} x_i(1-\Omega\beta\epsilon_{io})|dt_i| = \sum_{k\in IM_{II}} x_k(1-\Omega\beta\epsilon_{ko})|dt_k| \quad .$$

Mit $\epsilon_{jo} = \min\{\epsilon_{io} | i\in IM_I\}$ hat man dann

$$(1-\Omega\beta\epsilon_{io}) \leq (1-\Omega\beta\epsilon_{jo}) < (1-\Omega\beta\epsilon_{ko}) \quad \text{für } i\neq j,\ i,j\in IM_I,\ k\in IM_{II}$$

und damit

$$\sum_{i\in IM_I} x_i|dt_i| \geq \sum_{i\in IM_I} x_i \frac{(1-\Omega\beta\epsilon_{io})}{(1-\Omega\beta\epsilon_{jo})} |dt_i| =$$

$$= \sum_{k\in IM_{II}} x_k \frac{(1-\Omega\beta\epsilon_{ko})}{(1-\Omega\beta\epsilon_{jo})} |dt_k| > \sum_{k\in IM_{II}} x_k|dt_k|$$

bzw.

$$-\sum_{i\in IM_I} x_i dt_i > \sum_{k\in IM_{II}} x_k dt_k \quad .$$

Das Wohlfahrtskriterium (A-7-6) ist also erfüllt.

[1] Wie im Text ist IM_I die Indexmenge von M_I, d.h. $IM_I=\{i | x_i\in M_I\}$.

Zu Kapitel 8

A-8-I: Herleitung der Gleichung (8-7)

Berücksichtigt man die Funktionalmatrizen von (8-1) in der Gleichung (3-3) und multipliziert diese dann von rechts mit $\frac{\partial x^i}{\partial L^i}$ erhält man

$$0 = \frac{\partial W}{\partial u^i} \nabla u^{i'} \frac{\partial x^i}{\partial L^i} - \gamma' \frac{\partial x^i}{\partial L^i} - \mu_i \nabla L^{i'} \frac{\partial x^i}{\partial L^i} \qquad \forall\ i \in M,$$

wenn $\mu_m = - \sum_{i=1}^{m-1} \mu_i$ gesetzt wird.

Annahmegemäß ist I=0, so daß Gleichung (A-2-5) wegen $\tilde{I}^i = -L^i$ zu

$$\nabla L^{i'} \frac{\partial x^i}{\partial L^i} = 1$$

wird. Außerdem gelten die Beziehungen

$$\frac{\partial x^i}{\partial L^i} = - \frac{\partial x^i}{\partial I^i}\ ^{1},$$

$$\gamma' = [1, q_*']$$

$$\nabla u^{i'} \frac{\partial x^i}{\partial I^i} = \frac{\partial v^i}{\partial I^i} \quad .$$

Die obige Gleichung wird damit zu

$$0 = \frac{\partial W}{\partial u^i} \frac{\partial v^i}{\partial I^i} - \frac{\partial x_o^i}{\partial I^i} - q_*' \frac{\partial x_*^i}{\partial I^i} + \mu_i \qquad \forall\ i \in M \quad .$$

---

[1] Daß das Einkommen I^i dabei an der Stelle 0 bewertet wird, ist bedeutungslos.

Nach Berücksichtigung der aus der Budgetgleichung des Haushalts abgeleiteten Beziehung

$$\frac{\partial x_o^i}{\partial I^i} = 1 - p_*' \frac{\partial x_*^i}{\partial I^i}$$

erhält man Gleichung (8-7).

A-8-II: Herleitung der Gleichung (8-19)

Das Haushaltseinkommen I ist annahmegemäß logarithmisch normalverteilt, so daß die Dichtefunktion durch

$$\text{(A-8-1)} \quad f(I) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} I^{-1} \exp\left[-\frac{(\log I-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \qquad \text{für } 0 \leq I < \infty$$

gegeben ist.[1]

Unter Berücksichtigung von $I^{\omega_2 - x} = \exp[(\omega_2 - x)\log I]$ wird (8-18) zu

$$\frac{p_n - s_n}{p_n} = \omega_1^{-1}\left[\frac{\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_0^\infty \left\{I^{-1}\exp[(\omega_2 - x)\log I]\exp\left[-\frac{(\log I-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]\right\}dI}{\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_0^\infty \left\{I^{-1}\exp[\omega_2 \log I]\exp\left[-\frac{(\log I-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]\right\}dI} - 1\right]$$

Zur Bewertung der Integrale in Zähler und Nenner des Bruchs ersetzt man $\frac{\log I-\mu}{\sigma}$ durch v, so daß $\log I = \mu + \sigma v$ und $dI = I\sigma dv$ ist, mit $-\infty < dv < \infty$. Ausführlich soll die Ableitung für das Integral im Nenner dargestellt werden. Mit den angegebenen Variablentransformationen ist

---

[1] Vgl. z.B. RAHMANN [84, 299].
exp bezeichnet hier die Exponentialfunktion; μ und σ sind der Mittelwert bzw. die Standardabweichung der Verteilung der Zufallsvariablen log I.

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \left\{ I^{-1} \exp[\omega_2 \log I] \exp\left[-\frac{(\log I-\mu)^2}{2\sigma^2} \right] \right\} dI =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[\omega_2\mu + \omega_2\sigma v - \frac{1}{2} v^2 \right] dv$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[\omega_2\mu + \omega_2\sigma v - \frac{v^2}{2} + \frac{\sigma^2\omega_2^2}{2} - \frac{\sigma^2\omega_2^2}{2} \right] dv$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[\omega_2\mu + \frac{\sigma^2\omega_2^2}{2} \right] \exp\left[-\frac{(v-\sigma\omega_2)^2}{2} \right] dv$$

$$= \exp\left[\omega_2\mu + \frac{\sigma^2\omega_2^2}{2} \right] \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{1}{2} w^2 \right] dw$$

$$= \exp\left[\omega_2\mu + \frac{\sigma^2\omega_2^2}{2} \right] .$$

Dabei wurde beim vorletzten Übergang $(v-\sigma\omega_2)$ durch die Variable w ersetzt (also dv durch dw) und anschließend berücksichtigt, daß $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} w^2\right]$ die Dichtefunktion der standardisierten Normalverteilung ist, also $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{1}{2} w^2\right] dw = 1$ gilt.

Bei analoger Bewertung des Zählerintegrals vereinfacht sich die Gleichung (A-8-2) zu

$$\frac{p_n - s_n}{p_n} = \omega_1^{-1} \left[\frac{\exp[(\omega_2 - x)\mu + \frac{1}{2}\sigma^2(\omega_2 - x)^2]}{\exp[\omega_2\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\omega_2^2]} - 1 \right]$$

(A-8-3)

$$= \omega_1^{-1} \left\{ \exp[-x\mu + \tfrac{1}{2}(x^2 - 2\omega_2 x)\sigma^2] - 1 \right\}.$$

Mittelwert μ und Standardabweichung σ der Verteilung von log I müssen nun noch durch den Mittelwert μ_I und die Standardabweichung σ_I der <u>beobachtbaren</u> Werte I^k ($k \in M$) ausgedrückt werden. Dabei gelten die Beziehungen[1]

$$\sigma^2 = \log\left(1 + \frac{\sigma_I^2}{\mu_I^2}\right)$$

und

$$= \log \mu_I - \frac{1}{2}\sigma^2 .$$

Eingesetzt in (A-8-3) folgt

$$\frac{p_n - s_n}{p_n} = \omega_1^{-1}\left\{\exp\left(-x \log \mu_I + \frac{1}{2}x\sigma^2\right)\exp\left[\frac{1}{2}(x^2 - 2\omega_2 x)\sigma^2\right] - 1\right\}$$

$$= \omega_1^{-1}\left\{\exp\left(-x \log \mu_I\right)\exp\left[\frac{1}{2}(x^2 - 2\omega_2 x + x)\log\left(1 + \frac{\sigma_I^2}{\mu_I^2}\right)\right] - 1\right\}$$

$$= \omega_1^{-1}\left\{\mu_I^{-x}\left(1 + \frac{\sigma_I^2}{\mu_I^2}\right)^{\frac{1}{2}x(x - 2\omega_2 + 1)} - 1\right\} .$$

Durch Auflösung nach $\frac{p_n}{s_n}$ erhält man die Gleichung (8-19).

---

[1]Vgl. RAHMANN [84, 299].

Zu Kapitel 9

A-9-I: Herleitung der Gleichung (9-18)

Dazu wird die Gleichung (9-8) von rechts mit $\frac{\partial[x_o,x'_\square]}{\partial p_\square}$ multipliziert:

$$0' = m\nabla_{[x_o,x'_\square]}u' \frac{\partial[x_o,x'_\square]}{\partial p_\square} + m\gamma' \frac{\partial[x_o,x'_\square]}{\partial p_\square} +$$

(A-9-1)

$$+ \mu m\left\{x_\square \frac{\partial p_\square}{\partial[x_o,x'_\square]} \cdot \frac{\partial[x_o,x'_\square]}{\partial p_\square} + [0,t'_\square] \frac{\partial[x_o,x'_\square]}{\partial p_\square}\right\} .$$

Durch Differentiation der indirekten Nutzenfunktion $v(x_o(p_\square,x_+),x_\square(p_\square,x_+),x_+)$ nach $p_\square$ erhält man

$$\nabla_{[x_o,x'_\square]}u' \frac{\partial[x_o,x'_\square]}{\partial p_\square} = \nabla_{p_\square}v' .$$

Der Gleichung (A-2-4) entspricht in diesem Modellrahmen die Beziehung

$$\frac{\partial p_\square}{\partial[x_o,x'_\square]} \cdot \frac{\partial[x_o,x'_\square]}{\partial p_\square} = I_\square .$$

(A-9-1) wird damit zu

$$0' = \nabla_{p_\square}v'+\gamma' \frac{\partial[x_o,x'_\square]}{\partial p_\square} + \mu\left[x'_\square+t'_\square \frac{\partial x_\square}{\partial p_\square}\right] .$$

Berücksichtigt man nun noch die ROY-Identität[1] $\nabla_{p_\square}v' = -\lambda x'_\square$,

[1] Vgl. z.B. DIXIT [24, 296].

die Beziehung $\gamma'_\square = q'_\square$, die aus der Einkommensrestriktion des (typischen) Haushalts abgeleitete Gleichung $\nabla_{p_\square} x'_o = -x'_\square - p'_\square \frac{\partial x_\square}{\partial p_\square}$, sowie die SLUTZKY-Gleichung, folgt daraus

$$0' = -\lambda x'_\square + \nabla_{p_\square} x'_o + q'_\square \frac{\partial x_\square}{\partial p_\square} + \mu x'_\square + \mu t'_\square \frac{\partial x_\square}{\partial p_\square}$$

(A-9-2) $$= -\lambda x'_\square + (\mu-1) x'_\square + (\mu-1) t'_\square \frac{\partial x_\square}{\partial p_\square}$$

$$= -\frac{\lambda}{(\mu-1)} x'_\square + x'_\square + t'_\square \frac{\delta x_\square}{\delta p_\square} - t'_\square \frac{\partial x_\square}{\partial I} x'_\square \ .$$

Dividiert man die i-te Komponente durch x_i, erhält man die Gleichung (9-18).

Anhang B: Symbolliste

Mengen

$M = \{1,...,m\}$	Menge der natürlichen Zahlen 1,...,m
$N = \{1,...,n\}$	Menge der natürlichen Zahlen 1,...,n
usw.	
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$\mathbb{R}^n$	n-dimensionaler Vektorraum über $\mathbb{R}$
$i \in M$	i ist ein Element der Menge M
$\{x \mid E\}$	Menge der x mit der Eigenschaft E
$M_1 \cup M_2$	Vereinigung der Mengen M_1 und M_2
$\max \{...\}$	das Maximum einer Menge
$\lvert r \rvert$	der Betrag der Zahl r

Vektoren, Matrizen

a bzw. a'	Spalten- bzw. Zeilenvektor
a_*	der um die erste Komponente verkürzte Vektor a
0	Nullvektor
A bzw. A'	die Matrix A bzw. die transponierte Matrix A
I_n	die Einheitsmatrix der Dimension n
$\lvert A \rvert$	die Determinante der Matrix A
A^{-1}	die Inverse der Matrix A

Sonstige Terminologie

$f: A \to B$ — f ist eine Abbildung von A nach B

$y = f(z)$ — y ist eine Funktion von z

$$\nabla f(x)' = \left[\frac{\partial f}{\partial x_o}, \frac{\partial f}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial f}{\partial x_n}\right] = [f_o, f_1, \ldots, f_n]^1$$

Gradient einer Funktion $f: \mathbb{R}^{n+1} \to \mathbb{R}$

$$H(f) = \begin{bmatrix} f_{oo} & \cdots & f_{on} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ f_{no} & \cdots & f_{nn} \end{bmatrix}$$

HESSEsche Matrix der Funktion $f: \mathbb{R}^{n+1} \to \mathbb{R}$ wobei $f_{ij} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}$

$$\frac{dC}{dx}^2 = \begin{bmatrix} g_{oo} & \cdots & g_{on} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ g_{mo} & \cdots & g_{mn} \end{bmatrix}$$

Funktionalmatrix einer Funktion $C: \mathbb{R}^{n+1} \to \mathbb{R}^{m+1}$

sign r — Vorzeichen der reellen Zahl r

---

1 Wird der Differentiationsprozeß nur auf einen Teil der Variablen einer Funktion $f: \mathbb{R}^{n+1} \to \mathbb{R}$ angewendet, so wird der Vektor dieser Variablen als tiefgestellter Index nach dem ∇ angegeben; es ist also z.B. $\nabla_{x_*} f(x)' = [f_1, \ldots, f_n]$.

2 Wird der Differentiationsprozeß nur auf einen Teil der Variablen einer Funktion $C: \mathbb{R}^{n+1} \to \mathbb{R}^m$ angewendet, tritt ∂ an die Stelle von d.

$\forall$	für alle
$\equiv$	Identitätszeichen

Die wichtigsten ökonomischen Variablen

$p' \equiv [p_o,p_1,\ldots,p_n]$	Vektor der Konsumenten- oder Marktpreise
$q' \equiv [q_o,q_1,\ldots,q_n]$	Vektor der Produzentenpreise der privaten Unternehmen
$s^{k'} \equiv [s_o^k,\ldots,s_1^k,\ldots,s_n^k]$	Vektor der Schattenpreise des k-ten öffentlichen Unternehmens
$t' \equiv [t_o,t_1,\ldots,t_n]$	Vektor der Verbrauchsteuern pro Gutseinheit
$x^{i'} \equiv [x_o^i,x_1^i,\ldots,x_n^i]$	der vom i-ten Haushalt nachgefragte (bzw. angebotene) Gütervektor
$y^{v'} \equiv [y_o^v,y_1^v,\ldots,y_n^v]$	der vom v-ten privaten Unternehmen angebotene (bzw. nachgefragte) Gütervektor
$z^{k'} \equiv [z_o^k,z_1^k,\ldots,z_n^k]$	der vom k-ten öffentlichen Unternehmen angebotene (bzw. nachgefragte) Gütervektor

$x_{\square}$ bzw. x_{*}^{pr} — der von den privaten Unternehmen bezogene Konsumgütervektor (in einer Ein-Haushalt-Ökonomie)

x_{*}^{st} (bzw. x_{+}) — der von den öffentlichen Unternehmen bezogene Vektor der rivalen Konsumgüter (bzw. der Kollektivgüter),

(mit analoger Bezeichnungsweise für die anderen Mengen- und Preisvektoren)

$X = \sum_{i \in M} x^i$

$Y = \sum_{l \in V} y^l$

$Z = \sum_{k \in W} z^k$

I^i — das dem i-ten Haushalt aus den Unternehmen zufließende (Pauschal-) Einkommen

L^i — die vom i-ten Haushalt zu zahlende Pauschalsteuer (lump-sum-Steuer)

LITERATURVERZEICHNIS

[1] Arrow, K.J.; Hahn, F.H.: General Competitive Analysis, San Francisco u.a.O. 1971

[2] Arrow, K.J.; Scitovsky, T.: Readings in Welfare Economics, Homewood, Illinois 1969

[3] Atkinson, A.B.; Stern, N.H.: Pigou, Taxation and Public Goods, The Review of Economic Studies, Bd. 41 (1974), S. 119-128

[4] Bator , F.M.: The simple Analytics of Welfare Maximization, American Economic Review, Bd. 47 (1957), S. 22-59

[5] Baumol, W.J.; Bradford, D.F.: Optimal Departures from Marginal Cost Pricing, The American Economic Review, Bd. 60 (1970), S. 265-283

[6] Bergson, A.: Optimal Pricing for a Public Enterprise, The Quarterly Journal of Economics, Bd. 86 (1972), S. 519 - 544

[7] Boadway, R.W.: Optimal Taxes with Untaxed Goods and Factors, Public Finance Quarterly, Bd. 3 (1975), S. 275 - 290

[8] Bödecker, W.: Allokations- und Distributionsprobleme bei Kollektivgütern, Meisenheim am Glan 1972

[9] Bohm, P.: On the Theory of "Second-Best", The Review of Economic Studies, Bd. 34 (1967), S. 301 - 314

[10] Boiteux, M.: Sur la gestion des monopoles astreints à l'équilibre budgetaire, Econometrica, Bd. 24 (1956), S. 22-40; zitiert nach der engl. Übersetzung im Journal of Economic Theory, Bd. 3 (1971), S.219-240

[11] Bronsard, C.: Dualité Microéconomique et Théorie du Second Best, Louvain 1971

[12] Buchanan, J.M.: The Demand and Supply of Public Goods, Chicago 1968

[13] Coase, R.H.: The Theory of Public Utility Pricing and its Applications, Bell Journal of Economics and Management Science, Bd. 1 (1970), S. 113 - 128

[14] Corlett, W.J.; Hague, D.C.: Complementarity and the Excess Burden of Taxation, The Review of Economic Studies, Bd. 21 (1953/54), S. 21 - 30

[15] Cros, R.: L'Optimum de Second Rang et la Tarification des Entreprises Publiques, Revue d'Economie Politique, Bd. 83 (1973), S. 986 - 1021

[16] Culyer, A.J.: Peacock and Rowley, and Policy Towards Natural Monopoly - Comment, Journal of Public Economics, Bd. 2 (1973), S. 89 - 95

[17] Dasgupta, P.; Stiglitz, J.: On Optimal Taxation and Public Production, The Review of Economic Studies, Bd. 39 (1972), S. 87 - 103

[18] Davis, O.A.; Whinston, A.B.: Welfare Economics and the Theory of the Second Best, The Review of Economic Studies, Bd. 32 (1965), S. 1-14

[19] - ; -: Piecemal Policy in the Theory of Second Best, The Review of Economic Studies, Bd. 34 (1967), S. 323 - 331

[20] Diamond, P.A.: Accident Law and Resource Allocation, The Bell Journal of Economics and Management Science, Bd. 5 (1974), S. 366 - 405

[21] Diamond, P.A.: A Many-Person Ramsey Tax Rule, Journal of Public Economics, Bd. 4 (1975), S. 335-342

[22] - ; Mc Fadden, D.L.: Some Uses of the Expenditure Function in Public Finance, Journal of Public Economics, Bd. 3 (1974), S. 3 - 21

[23] - ; Mirrlees, J.A.: On Optimal Taxation and Public Production: I - Production Efficiency, The American Economic Review, Bd. 51 (1971), S. 8 - 27
II - Tax Rules, ebd., S. 261 - 278

[24] Dixit, A.: On the Optimum Structure of Commodity Taxes, The American Economic Review, Bd. 60 (1970), S. 295 - 301

[25] - : Welfare Effects of Tax and Price Changes, Journal of Public Economics, Bd. 4 (1975), S. 103 - 123

[26] Drèze, J.H.: Postwar Contributions of French Economists, The American Review, Bd. 54 (1964), Supplement, S. 1 - 64

[27] Dusansky, R.; Walsh, J.: Separability, Welfare Economics and the Theory of Second Best, The Review of Economic Studies, Bd. 43 (1976), S. 49 - 51

[28] Farrell, M.J.: In Defence of Public-Utility Price Theory, Oxford Economic Papers, Bd. 10 (1958), S. 109 - 123

[29] Feiwel, G.: On the Economic Theory of Socialism: Some Reflections on LANGE's Contributions, KYKLOS, Bd. 25 (1972), S. 601 - 618

[30] Feldstein, M.S.: Equity and Efficiency in Public Pricing, The Quarterly Journal of Economics, Bd. 86 (1972), S. 175 - 187

[31] Feldstein, M.S.: Distributional Equity and the Optimal Structure of Public Prices, The American Economic Review, Bd. 2 (1972), S. 32 - 36

[32] Fischer, V.: Die Problematik der Behandlung von Second-Best-Problemen mit Hilfe von Optimierungsproblemen, Göttingen 1972 (Diss.)

[33] Forte, F.: Should "Public Goods" be Public?, Papers on Non-Market Decision Making, Bd. 3 (1967), S. 39 - 46

[34] Frisch, R.: The Dupuit Taxation Theorem, Econometrica, Bd. 7 (1939), S. 145 - 150, und:
A Further Note on the Dupuit Taxation Theorem, ebd. S. 156 - 157

[35] Goldmann, S.M.; Uzawa, H.: A Note on Separability in Demand Analysis, Econometrica, Bd. 32 (1964), S. 387 - 389

[36] Green, H.A.J.: The Social Optimum in the Presence of Monopoly and Taxation, The Review of Economic Studies, Bd. 29 (1961), S. 66 - 78

[37] - : Aggregation in Economic Analysis. An Introductory Survey, Princeton, New Jersey 1964

[38] - : Two Models of Optimal Pricing and Taxation, Oxford Economic Papers, Bd. 27 (1975), S. 352 - 382

[39] Gravelle, H.S.E.; Katz, E.: Financial Targets and X-Efficiency in Public Enterprises, Public Finance, Bd. 31 (1976), S. 218 - 234

[40] Hadley, G.: Linear Algebra, Reading (Mass.) u.a.O. 1961

[41] Hahn, F.H.: On the Notion of Equilibrium in Economics, Cambridge 1973

[42] Hatta, T.: A Theory of Piecemeal Policy Recommendations, The Review of Economic Studies, Bd. 44 (1977), S. 1 - 21.

[43] Henderson, J.M.; Quandt, R.E.: Microeconomic Theory. A Mathematical Approach, 2. Aufl., New York u.a.O. 1971

[44] Herber, B.P.: Modern Public Finance, Homewood (Illinois) 1967

[45] Hotelling, H.: The General Welfare in Relation to Problems of Taxation and of Railway Utility Rates, Econometrica, Bd. 6 (1938), S. 242 - 269

[46] - : The Relation of Prices to Marginal Costs in an Optimum System, Econometrica, Bd. 7 (1939), S. 151 - 155

[47] Ireland, T.R.; Johnson, D.B.: The Economics of Charity, Blacksburg 1970

[48] Johnston, J.: Econometric Methods, 2. Aufl., New York u.a.O., 1972

[49] Katzner, D.W.: Static Demand Theory, London 1970

[50] Kawamata, K.: Price Distortion and the Second Best Optimum, The Review of Economic Studies, Bd. 44 (1977), S. 23 - 29

[51] Kolm, S.-Ch.: Footnotes to Marcel Boiteux's Value-Constrained Second Best, Journal of Economic Theory, Bd. 3 (1971), S. 341 - 344

[52] - : La Valeur Publique, Paris 1971

[53] - : Prix Public Optimaux, Paris 1971

[54] - : La Théorie des Contraintes de Valeur et ses Applications, Paris 1971

[55] Lancaster, K.: Mathematical Economics, New York 1968

[56] Lange, O.: On the Economic Theory of Socialism (hrsg. von E. Lippincott), New York u.a.O. 1938

[57] Lau, L.J.: Duality and the Structure of Utility Functions, Journal of Economic Theory, Bd. 1 (1970), S. 374 - 396

[58] Lipsey, R.G., Lancaster, K.: The General Theory of Second Best, The Review of Economic Studies, Bd. 24 (1956), S. 11 - 36

[59] Little, I.M.D.: A Critique of Welfare Economics, 2. Aufl., Oxford u.a.O. 1957

[60] Littmann, K.: Problemstellung und Methoden der heutigen Finanzwissenschaft, in: Handbuch der Finanzwissenschaft, 3. Aufl. 1975, S. 99 - 120

[61] Lloyd, P.J.: A More General Theory of Price Distortions in Open Economies, Journal of International Economics, Bd. 4 (1974), S. 365 - 386

[62] Lloyd, P.J.: Optimal Revenue Taxes with Some Unalterable Taxes and Distribution Effects, unveröffentlichtes Manuskript, 1974

[63] Lösenbeck, H.-D.: Die Preisbildung der öffentlichen Unternehmen, Berlin 1963

[64] Mäler, K.-G.: Environmental Economics: A Theoretical Inquiry, Baltimore and London 1974

[65] Maital, S.: Public Goods and Income Distribution, Some Further Results, Econometrica, Bd. 41 (1973), S. 561 - 566

[66] Malinvaud, E.: Leçons de Théorie Microéconomique, Paris 1971

[67] Marchand, M.G.: The Economic Principles of Telephone Rates under a Budgetary Constraint, The Review of Economic Studies, Bd. 40 (1973), S. 507 - 515

[68] Meade, J.E.: Price and Output Policy of State Enterprise: A Symposium, (with J.M. Fleming), Economic Journal, Bd. 54 (1944), S. 321 - 339, zitiert nach dem Wiederabdruck in Arrow/Scitovsky [2, 309 - 324]

[69] Mirrlees, J.A.: On Producer Taxation, The Review of Economic Studies, Bd. 39 (1972), S. 105 - 111

[70] - : Optimal Commodity Taxation in a Two-Class Economy, Journal of Public Economics, Bd. 4 (1975), S. 27 - 33

[71] - : Optimal Tax Theory. A Synthesis, Journal of Public Economics, Bd. 6 (1976), S. 327 - 358

[72] Mosak, J.L.: General-Equilibrium Theory in International Trade, Bloomington, Indiana 1944

[73] Nath, S.K.: A Reappraisal of Welfare Economics, London 1969

[74] Negishi, T.: Monopolistic Competition an General Equilibrium, The Review of Economic Studies, Bd. 28 (1960-61), S. 196 - 201

[75] NG, Y.; Weisser, M.: Optimal Pricing with a Budget Constraint - The Case of the Two-Part Tariff, The Review of Economic Studies, Bd. 41 (1974), S. 337 - 345

[76] Nikaido, H.: Convex Structures and Economic Theory, New York u.a.O. 1968

[77] - : Monopolistic Competition and Effective Demand, Princeton (New Jersey) 1975

[78] Panik, M.J.: Classical Optimization: Foundations and Extensions, Amsterdam u.a.O. 1976

[79] Peacock, A.T.; Rowley, C.K.: Welfare Economics and the Public Regulation of Natural Monopoly, Journal of Public Economics, Bd. 1 (1972), S. 227 - 244

[80] Pestieau, P.: Regressiveness of Efficiency Rules in Public Economics, Canadian Journal of Economics, Bd. 8 (1975), S. 269 - 275

[81] Pigou, A.C.: A Study in Public Finance, 3. Aufl., London 1947

[82] Pommerehne, W.W.: Private versus öffentliche Müllabfuhr: Ein theoretischer und empirischer Vergleich, Finanzarchiv, Bd. 35 (1976), S. 272 - 294

[83] Prest, A.R.; Turvey, R.: Cost-Benefit Analysis: A Survey, Economic Journal, Bd. 75 (1965), S. 683 - 735

[84] Rahmann, N.A.: A Course in Theoretical Statistics, London 1968

[85] Rees, R.: Second-Best Rules for Public Enterprise Pricing, Economica, Bd. 35 (1968), S. 260 - 273

[86] Rolle, E.: Die optimale Preisregel und das Problem der Gesamtkostendeckung bei öffentlichen Unternehmen, Göttingen 1969 (Diss.)

[87] Rose, M.: Finanzpolitische Interpretationen der reinen Staatsausgabentheorie von Samuelson, Finanzarchiv, Bd. 34 (1976), S. 197 - 219

[88] Ruggles, N.: Recent Developments in the Theory of Marginal Cost Pricing, The Review of Economic Studies, Bd. 17 (1949-50), S. 107 - 126

[89] Samuelson, P.A.: Foundations of Economic Analysis, Cambridge 1947

[90] - : The Problem of Integrability in Utility Theory, Economica, Bd. 17 (1950), S. 355 - 385

[91] - : Social Indifference Curves, The Quarterly Journal of Economics, Bd. 70 (1956), S. 1 - 22

[92] - : Indeterminacy of Governmental Role in Public-Good Theory, Papers on Non-Market Decision Making, Bd. 3 (1967), S. 47

[93] Samuelson, P.A.: Pure Theory of Public Expenditure and Taxation, in: Margolis, J.; Guitton, H. (Hrsg.), Public Economics, London u.a.O., 1969, S. 98-123

[94] - : Complementarity - An Essay on the 40th Anniversary of the Hicks-Allen Revolution in Demand Theory, Journal of Economics Literature, Bd. 12 (1974), S. 1255 - 1289

[95] Sandmo, A.: A Note on the Structure of Optimal Taxation, The American Economic Review, Bd. 64 (1974), S. 701 - 706

[96] Schlieper, U.: Pareto-Optima, Externe Effekte und die Theorie des Zweitbesten, Köln u.a.O. 1969

[97] Sohmen, E.: Grundlagen, Grenzen und Entwicklungsmöglichkeiten der Welfare Economics, in: Probleme der normativen Ökonomik und der wirtschaftspolitischen Beratung, Schriften des Vereins für Socialpolitik N.F. Bd. 29, Berlin 1963, S. 69 - 98

[98] - : Allokationstheorie und Wirtschaftspolitik, Tübingen 1976

[99] Stiglitz, J.E.; Dasgupta, P.: Differential Taxation, Public Goods and Economic Effiency, The Review of Economic Studies, Bd. 38 (1971), S. 151 - 174

[100] Takayama, A.: Mathematical Economics, Hindale, Illinois 1974

[101] Taylor, L.D.: The Demand for Electricity: A Survey, The Bell Journal of Economics, Bd. 6 (1975), S. 74 - 110

[102] Thiemeyer, Th.: Grenzkostenpreise bei öffentlichen Unternehmen, Köln und Opladen 1964

[103] Turvey, R.: Optimal Pricing and Investment in Electricity Supply ,London 1968

[104] - : Economic Analysis and Public Enterprises, London 1971

[105] Wiegard, W.: The Optimum Tax Structure. A Comment, The Scandinavian Journal of Economics, Bd. 78 (1976), S. 103 - 108

[106] - : Zur Theorie optimaler indirekter Steuern, Finanzarchiv, Bd. 35 (1976), S. 195 - 217

[108] Wittmann, W.: Produktionstheorie, Berlin u.a.O. 1968

[107] Williamson, O.E.: Peal-load Pricing and Optimal Capacity under Indivisibility Constraints, The American Economic Review, Bd. 56 (1966), S. 810-827